

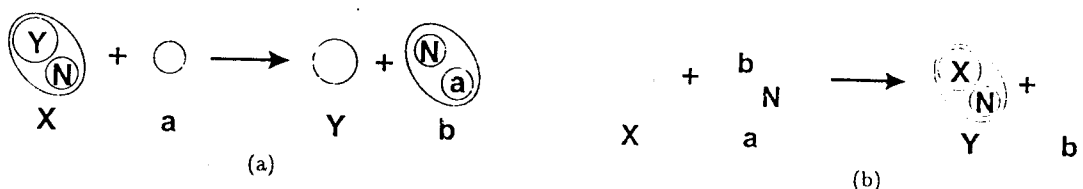
Přímé jaderné reakce

Úkol

1. Proveďte na počítači rozbor spekter pro konkrétní reakci ($a=(d,t)$, $b=(d,d')$, $c=(d,p)$).
2. Na základě zpracovaných výsledků, určete parametry A , B , resp. A a a pro rotační pásy v koncovém jádře, označené v přiložených tabulkách.
3. Se získanými parametry spočítejte zpětně (jakési teoretické) energie hladin jednotlivých rotačních pásů a porovnejte je s experimentálními hodnotami.
4. Určete očekávané energie dalších 2 - 3 členů pásů.
5. U pěti nejvýraznějších píků zpracujte úhlovou závislost účinného průřezu.

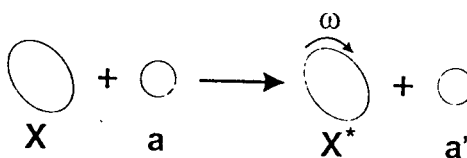
Úvod

Přímé jaderné reakce (PJR) tvoří skupinu jaderných procesů, spojených především s jednoduchými stupni volnosti v atomových jádrech (částicový pohyb a kolektivní pohyb jako celek). Proto jsou PJR vhodné ke studiu odpovídajících stavů v jádrech. Mimořádně efektivní reakce tohoto typu jsou reakce s přenosem nukleonu (RPN) a nepružný rozptyl nabitých částic. Reakce $X(a,b)Y$ typu RPN lze znázornit:



Obrázek 1: Schématické znázornění reakce s přenosem nukleonu - (a) pick up, (b) stripping.

Podobně nepružný rozptyl nalétající částice (při němž jsou excitány např. rotační stavy) lze znázornit jako



Obrázek 2: Schématické znázornění nepružného rozptylu.

Protože při reakcích RPN nukleon musí být vytržen/zachycen z/do určitého stavu jádra, lze pomocí těchto reakcí takové stavy velmi dobře studovat. Jako ukázkou prací tohoto typu použijeme v následující úloze reakcí s deuterony ke studiu stavů v deformovaných jádrech ^{161}Dy - ^{163}Dy . Použijeme k tomu části rozsáhlého experimentálního materiálu, který byl podkladem pro studium reakcí $d+^{162}\text{Dy}$ na přelomu 60. a 70. let.

Základní vlastnosti deformovaných jader

Jádra v oblastech hmotnostních čísel $A = 150 - 190$ a $A \gtrsim 225$ vykazují stabilně nesférický tvar, zachovávají si však přibližně rotační symetrii (rotační elipsoid). Shodný, t.j. nesférický, tvar s rotační symetrií má také střední potenciál jádra, v němž se pohybují nukleony. Proto celkový moment hybnosti j nukleonu v soustavě spojené s jádrem nebude dobrým kvantovým číslem a odpovídající částicové (vnitřní) stavy budou charakterizovány pouze projekcí $K = j_3$ tohoto momentu hybnosti na osu symetrie jádra (osa "3" vnitřního souřadného systému). Nad každým vnitřním (a také vibračním) stavem však vznikají v deformovaných jádrech série stavů, odpovídajících pohybu jádra jako celku vzhledem k vnější souřadné soustavě - rotační pásy. (Celkový spin deformovaných jader I ve vnější souřadné soustavě už dobrým kvantovým číslem je.) Spin stavů v těchto pásch nabývá pro $K > 0$ hodnot $I = K, K + 1, K + 2, \dots$. V prvním přiblížení (odpovídá modelu rotujícího "pevného tělesa" a je poměrně přesné pro nízké hodnoty I) bude energie stavů v pásch s $K > 1/2$ dána vztahem

$$E(I) = E_K + A.I(I + 1) \quad A = \hbar^2/2\mathcal{J}, \quad (1)$$

kde E_K odpovídá energii vnitřního pohybu, normované tak, aby excitační energie stavu s $I = K$ (t.j. $E(I = K)$) odpovídala experimentální hodnotě, \mathcal{J} je moment setrvačnosti jádra. Experimentální hodnoty pro moment setrvačnosti dávají $\mathcal{J}_{\text{exp}} \approx (0.2 - 0.6)\mathcal{J}_{\text{rig}}$, kde \mathcal{J}_{rig} je moment setrvačnosti tuhého tělesa.

Pro stavy s $K = 1/2$ (v lichých jádrech) dochází vlivem vazby mezi vnitřním a rotačním pohybem (Coriolisova interakce) k modifikaci vztahu (1) na

$$E(I) = E_K + A \left[I(I + 1) + a(-)^{I+1/2}(I + 1/2) \right], \quad (2)$$

kde a je tzv. "parametr narušení vazby". Parametr lze modelově spočítat a dosahuje hodnoty v oblasti $-6 < a < 6$.

V realističtějším přiblížení se pro energie hladin v rotačních pásch uvažuje vliv "dalšího členu v Taylorově rozvoji" a pro $K > 1/2$ dostáváme

$$E(I) = E_K + A.I(I + 1) + B[I(I + 1)]^2. \quad (3)$$

Poměrně jednoduchá systematika energií v rotačních pásch představuje cenné vodítko při identifikaci odpovídajících vnitřních stavů v konkrétních jádrech.

Popis experimentu

Deuterony urychlené tandemovým urychlovačem v ústavu Nielsse Bohra v Kodani na ≈ 12.1 MeV dopadaly na terčik z obohaceného ^{162}Dy . Přesná energie deutronů byla určována z měření magnetického pole vychylujícího magnetu metodou jaderné resonance. Intenzita, svazku deutronů byla $\approx 400 - 500$ nA. Terčik byl vyroben napařováním dysprosia na uhlíkovou podložku, přičemž čistota použitého izotopu byla $\approx (90 \pm 3)\%$. Tloušťka terčiku byla $\approx 200 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ a uhlíkové podložky $\approx 50 \mu\text{g}/\text{cm}^2$.

Produkty paralelních reakcí (d,p), (d,d) a (d,t) byly současně analyzovány jednoštěrbinovým magnetickým spektrografem s příčným magnetickým polem Elbekova typu s registrací na jaderné emulze. Emulze byly umístěny v ohniskové rovině spektrografu, přičemž každému místu S roviny odpovídal určitý poloměr křivosti dráhy částice ve spektrografu. Vzhledem k hmotnostem vyletujících částic byly poloměry křivosti dráhy největší pro tritony, menší pro deuterony a nejmenší pro protony. Směrem od největšího poloměru křivosti dráhy v poli magnetického spektrografu byly tedy na emulzích registrovány nejprve tritony. V oblasti kde začínalo spektrum deutronů, byly tritony odstíněny hliníkovou fólií takové tloušťky, aby zcela absorbovala tritony, ale propouštěla všechny deuterony. V oblasti protonového spektra byly obdobně absorbovány tritony i deuterony. Celková oblast registrace v rovině emulzí (ohnisková rovina spektrometru) může být až 1m dlouhá a je rozdělena na 5 desek.

Tabulka 1: Přiřazení čísel expozic měřeným úhlům

Expozice	úhel (ve °)	Expozice	úhel (ve °)
1961	30	1971	90
1966	52	1975	105
1967	65	1976	135
1969	74	1985	115
1970	81	1986	97.5

K přesnému určení polohy stop částic na fotodeskách slouží značky při horním okraji desek, umožňující přiřadit jednotlivým značkám absolutní polohu v ohniskové rovině magnetického spektrografu. Expozice byla určena velikostí celkového náboje, prošlého terčíkem ($Q = 3.000 \mu\text{C}$), přičemž náboj byl měřen Faradayovým válcem umístěným za terčíkem. Nezávislé měření počtu dopadajících částic se provádělo polovodičovým detektorem (monitor), který registroval deuterony elasticky rozptýlen pod úhlem 90° .

Zpracování původních spekter

Ozářené a vyvolané fotodesky tvoří základní experimentální materiál. Byly prohlíženy pod mikroskopem tak, že se počítali dráhy částic v proužku (napříč desky) širokém 0.25 mm . Zpracování tohoto experimentálního materiálu bylo velmi pracné a časově náročné. Proto jsou pro účely praktika spektra převedena do elektronické podoby.

Názvy souborů se spektry mají následující tvar

EXPnnnnx.sng

kde nnnn odpovídá číslu expozice (v podstatě úhlu při němž byla spektra měřena - viz Tab. 1) a x odpovídá typu reakce:

“a” ... pro reakci $^{162}\text{Dy}(d,t)^{161}\text{Dy}$

“b” ... pro reakci $^{162}\text{Dy}(d,d')^{162}\text{Dy}$

“c” ... pro reakci $^{162}\text{Dy}(d,p)^{163}\text{Dy}$

Experimentální spektrum představuje souhrn píků, které mají přibližně gaussovský tvar, posazených na spojitém pozadí. Systematická odchylka může být zejména v “dolní části” píku, t.j. na straně částic s nižší energií. Je-li odchylka od gaussovského tvaru výrazná, lze píkem proložit “assymetrický” gausián.

Určení excitačních energií

Zavedeme následující označení částic zúčastněných v reakci:

- 1 ... bombardující částice
- 2 ... terčíkové jádro
- 3 ... vyletující částice
- 4 ... výsledné jádro

Excitační energii stavů výsledného jádra E^* počítáme jako rozdíl energie reakce pro přechod do daného stavu (Q_1) a do základního stavu (Q_0)

$$E^* = Q_0 - Q_1 \quad (4)$$

Hodnotu Q_1 pro daný přechod určíme ze zákonů zachování energie a hybnosti. Uvážíme-li, že pro kinetické (T) a klidové (mc^2) energie částic platí relace $T_i \ll m_i c^2$ ($i, j = 1, 2, 3, 4$), dostaneme pro

energii reakce vztah

$$Q_1 = T_3 \left(1 + \frac{m_3}{m_4} \right) - T_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_4} \right) - 2 \frac{\sqrt{T_1 T_3 m_1 m_3}}{m_4} \cos \theta + \delta Q \quad (5)$$

kde δQ je korekce na relativistické efekty, která je v našem případě několik keV.

Q_0 určíme z klidových energií a definičního vztahu

$$Q_0 = m_1 + m_2 - m_3 - m_4 \quad (6)$$

a je pro studované reakce

$$Q_0 = 4050 \text{ keV} \dots \text{pro reakci } {}^{162}\text{Dy}(d,p){}^{163}\text{Dy}$$

$$Q_0 = -1944 \text{ keV} \dots \text{pro reakci } {}^{162}\text{Dy}(d,t){}^{161}\text{Dy}$$

Kinetická energie bombardujících částic T_1 byla určena velmi přesně měřenou magnetickou indukci analyzujícího magnetu iontovodu a upřesněna měřením energie pružně rozptýlených deuteronů. Energie vyletujících částic T_3 pro daný přechod byla počítána za vztahu

$$T_3 = \sqrt{p_3^2 c^2 + m_3^2 c^4} - m_3 c^2, \quad p_3 = z_3 e B R \quad (7)$$

kde B je magnetická indukce spektrografu, měřená velmi přesně protonovou jadernou rezonancí a R je poloměr křivosti dráhy určené z polohy příslušného experimentálního píku.

Výpočet účinných průřezů

Diferenciální účinný průřez pro buzení daného stavu určujeme normalizací na známý elastický rozptyl deuteronů. Protože však je účinný průřez pro elastický rozptyl o několik řádů vyšší než pro reakci, bylo nutné měřit zvlášť elastický rozptyl deuteronů v samostatných "krátkých" expozicích. Přepočet pro "dlouhé" expozice se provádí na základě údajů polovodičového monitoru, který registroval deuterony elasticky rozptýlené na 90° . Údaje tohoto monitoru se používají při výpočtu účinných průřezů. Další proměnné údaje, které je nutno brát v úvahu při výpočtu diferenciálních účinných průřezů jsou relativní vstupní apertura spektrografu a izotopická čistota terčíku p . Po započtení všech efektů dostaneme vztah pro výpočet diferenciálního účinného průřezu:

$$\left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right)_E = \left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right)_{el} \frac{N_E}{p N_{el}} \frac{M_{el}}{M_E} \frac{\alpha_{el}}{\alpha_E} \frac{\Omega_{el}}{\Omega_E} \quad (8)$$

kde N je četnost drah v příslušném píku, M je údaj polovodičového monitoru, α je relativní vstupní apertura, Ω je prostorový úhel magnetické optiky a $p \approx 0.9$ (90%). Index "E" se vztahuje k přechodu do stavu jádra s energií E a index "el" k elastickému účinnému průřezu. Veličina

$$K = \left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right)_{el} \frac{M_{el} \alpha_{el} \Omega_{el}}{p N_{el}} \quad (9)$$

je konstantní pro všechny úhly a její střední hodnota \bar{K} byla určena z "krátkých" expozic. Vztah pro diferenciální účinný průřez je potom

$$\left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right)_E = \bar{K} \frac{N_E}{M_E \alpha_E \Omega_E} \quad (10)$$

Do výpočtu chyby účinného průřezu musíme zahrnout chyby všech veličin, vstupujících do Eq. (8).

Postup zpracování

Zpracování spekter se provádí pomocí programu ANAL11. Popis (alespoň základního) ovládání programu lze nalézt v tabulce na konci návodu.

Po spuštění se program ptá na zdroj jakýchsi parametrů. Odpověď na otázku zní "n" (no paramers)¹

¹ Program není psán speciálně pro toto praktikum, proto obsahuje funkce, které zde nepotřebujeme.

Klávesou F8 vyvoláme okno, které se ptá na název vstupního souboru. Po zadání jeho jména je nutno zadat "počet experimentálních kanálů". Doporučená hodnota je 1024 (v principu to ale může být libovolné číslo větší než 700). Na obrazovce se zobrazí část spektra o šířce 160 kanálů.

Jako další krok je doporučeno pomocí klávesy F9 zadat jméno výstupního souboru. Pomocí klávesy F2 lze pak ovlivňovat, zda se do souboru bude, nebo nebude zapisovat. Jméno výstupního souboru může být v zásadě libovolné, ale pro další zpracování programem ENERGY2 je třeba soubor přejmenovat podle výše zmíněného vzoru.

Pomocí PgUp (PgDn) a šipek se posuňte na "konec" spektra (typicky kanál asi 550 – 600). Pomocí kláves F6 a F7 vymezte pozorovaný pík a klávesou F3 určete přibližný střed píku (používá se jako výchozí hodnota při fitování). Ve zvoleném intervalu lze označit i více píků.

Pokud chcete fitovat pík

- pomocí "symetrického" gaussiánu, zvolte Alt+F1 a na otázku "FWHM free parameter?" odpovězte buď "y", anebo odklepnete entrem. Na další dotaz "Comon FWHM within region" zadejte předpokládanou pološířku (opět se používá se jako výchozí hodnota při fitování). Doporučená hodnota je 3, nebo 4.
- pomocí "asymetrického" gaussiánu, zvolte Shift+F1 a na dotaz "Comon FWHM within region" zadejte předpokládanou pološířku. Doporučená hodnota je 3, nebo 4.

Zobrazí se fitovací okno a proběhne fitování. Na pravé straně obrazovky se zobrazí nařizované údaje. Pokud je výstupní soubor "aktivní" (ON), můžete potlačit vypsání nařizovaných údajů do tohoto souboru stiskem klávesy "n". Z fitovacího okna se dostanete stiskem klávesy "Esc".

Postupně zpracovávejte všechny (výrazné) píky směrem k začátku spektra.

Po skončení zpracování spektra můžete stiskem klávesy F8 vyvolat okamžitě další spektrum. Poté je potřeba zadat jméno nového výstupního souboru. Takto zpracujte (pokud to stihnete) všech pět spekter příslušejících jedné z reakcí.

Výstupem programu ANAL11 jsou soubory s informacemi o polohách a plochách píků – tyto informace představují základní materiál pro určování energie stavů ve výsledném jádře a odpovídajících účinných průřezů pro buzení těchto stavů. Je vhodné, aby jména výstupních souborů byla ve tvaru EXPnnnnx. eee,

kde eee je libolná přípona (rozdílná od sng a pri).

Protože energetická kalibrace je různá pro různá spektra, jsou údaje týkající se polohy píku (1. či 2. sloupec ve výstupních souborech) v kanálech. Přepočet poloh na excitační energie (podle Eq. (4) - Eq. (6)) a ploch na diferenciální účinné průřezy (podle Eq. (8)) lze provést pomocí programu ENERGY2. Výstupní soubor z programu ANAL11 je parametrem programu ENERGY2. Výstupem z programu ENERGY2 je soubor EXPnnnnx. pri, který sestává z osmi sloupců. První dva udávají polohu píku na desce stínítka (v libovolných jednotkách), další dva pak plochu píku. V pátém a šestém sloupci (označených E a DelE) jsou pak excitační energie hladin v jádře (E^*) a v posledních dvou (DSig a DelDSig) diferenciální účinné průřezy.

Pokuste se zpracovat všech pět spekter pro danou reakci.

Ovládání programu ANAL11

Důležité klávesy:

F8	nahrání spektra – po zadání celého jména souboru (ve tvaru EXPnnnnx.sng) se ptá na počet kanálů; doporučuji zadat 1024 (v principu lze použít jakékoli číslo od 650 výše)
F9	jméno výstupního souboru (doporučený tvar je EXPnnnnx.eee, kde eee je libovolná přípona (rozdílná od sng a pri)
F2	zápis do výstupního souboru – žluté, je-li aktivní, bílé pokud není aktivní
F6	označení levého okraje pro fitování píku
F7	označení pravého okraje pro fitování píku
F3	označení předpokládaného těžiště píku
Alt + F3	umazání píku
Alt + F1	fitování symetrickým gaussiánem
Shift + F1	fitování asymetrickým gaussiánem
PgDn	posun obrazovky směrem k vyšším energiím
PgUp	posun obrazovky směrem k nižším energiím
→, ←	posun kurzoru na obrazovce
↑, ↓	zvětšení vertikálního rozsahu obrazovky
Ctrl + →, ←	rychlejší posun kurzoru
Esc	opuštění fitovací obrazovky

Table I
Levels observed in ^{161}Dy .

Peak number	Energy [keV]		$d\sigma/d\Omega$ (90°) [$\mu\text{b}/\text{Sr}$]	l	Assignment $IK\pi[Nn_xl]$
	this work	GROTDAL et al. [4]			
1	0	0	3	(2)	$5/2\ 5/2-[642]$ •
2	29	27	18	3	$5/2\ 5/2-[523]$
3	47	44	6	(4) ^a	$7/2\ 5/2-[642]$ •
4	79	76	145	1	$3/2\ 3/2-[521]$ ○
5	105	103	70		$9/2\ 5/2-[642]$ ÷ •
6	132	134	4	(3) ^a	+ $7/2\ 5/2-[523]$ ○
7	217	{ 201+ } + 214	250	3	$5/2\ 3/2-[521]$ ○
8	270	269	54	6	$9/2\ 5/2-[523]$ ÷
9	317	320	8	(5) ^a	+ $7/2\ 3/2-[521]$ ○
10	370	369	75		$13/2\ 5/2-[642]$ •
11	420	420	16	(1) ^a	$11/2\ 5/2-[523]$ ÷
12	449	450	25	1	+ $9/2\ 3/2-[521]$ ○
13	488	486	50	(5)	$1/2\ 1/2-[521]$ ○
14	513	512 ^b	7		$3/2\ 1/2-[521]$ ○
15	552	552	345	5	$11/2\ 3/2-[521]$ ÷
16	570	570	22	2	+ $5/2\ 1/2-[521]$ ○
17	609	609	290	3	$11/2\ 11/2-[505]$
18	628	634	19	(5)	$3/2(3/2+[402])+3/2+[651]$
19	642		9		$7/2\ 1/2-[521]$
20	680	681	78	0	$1/2(1/2+[660])+1/2+[400]$
21	717	717	26	(5)	$9/2\ 1/2-[521]$ □
22	732	730	17		
23	774	777	230	4	$(9/2(1/2+[660])+1/2+[400])$) ^c
24	789	805	9	2,3	
25	823	830	13	0	$1/2(1/2-[660])+1/2+[400]$
26	849	850	66		$3/2\ 3/2-[532]$ ÷ +
27	860	860	130	(1)	- $11/2\ 1/2-[521]$
28	878	877	22	3	$1/2\ 1/2-[530]$ ÷
29	922	926	7	1	$5/2\ 3/2-[522]$ ÷
30	956	958	20	3	$3/2\ 1/2-[530]$ ÷
31	971	974	6	(3)	$5/2\ 1/2-[530]$ ÷
32	999	1007	4	3	$7/2\ 3/2-[532]$ ÷
33	1024	1027	18	(5)	$7/2\ 1/2-[530]$ ÷
				(5) ^a	$9/2\ 1/2-[530]$ ÷
				(5) ^a	$9/2\ 3/2-[532]$ ÷

Table I (continued)

34	1125	1127	14	(5)	$\left\{ \begin{array}{l} 11/2\ 3/2-[532]^{b)} + \\ -11/2\ 1/2-[530]^{b)} \end{array} \right.$
35	1141	1140	7		
36	1156	1155	5		
37	1174	1182	5		
38	1204	1207	12		
39	1270	1271	8		$7/2\ 7/2+[404]$
40	1291	1290	5		
41	1359		6		
42	1378	1379	16		
43	1412	1416	55	4	
44	1433	1436	14		
45	1456	1460	4		

^a) The levels were not separated in present work.

^b) New assignment.

^c) In [4] observed only in the (d, p) reaction.

^d) The l -value is suggested in accordance with probable assignment of the state, irrespectively to the angular distribution.

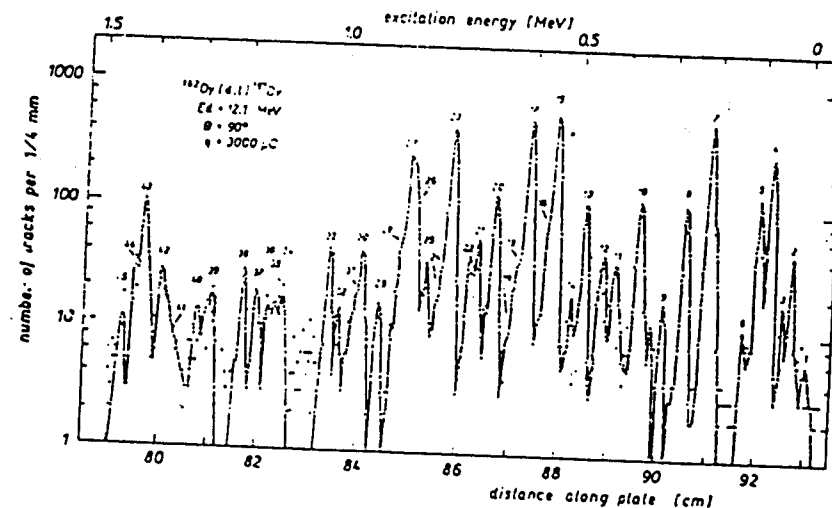


Fig. 1. Example of the obtained spectra. The numbers of the peaks are the same as in table I.

Table 1
Levels observed in ^{163}Dy

Peak number	Energy [keV]		$(d\sigma/d\Omega)_{90^\circ}$ [$\mu\text{b}\cdot\text{Sr}$]	Assignment $[K\pi] (Nn_x, l)$	S_{JI}	
	this	GROTDAL et al. [5]			$J =$ $l - 1/2$	$J =$ $l + 1/2$
1	0	0	12	$5/2\ 5/2 - [523] \bullet$	(3)	0-018
2	71	73	14	$7/2\ 5/2 - [523] \bullet$	(3)	0-015
3	165	167	15	$9/2\ 5/2 - [523] \bullet$	5	0-112
4	283	282	3	$11/2\ 5/2 - [523] \bullet$	(5)	0-128
5	351 ^{a)}	351	109	$1\ 2\ 1\ 2 - [521] \square$	1	0-175
6	388	388	5	$3\ 2\ 1/2 - [521] \square$	1	0-004
7	424	425	54	$3\ 2\ 3/2 - [521] \square$	1	
8	467	475	4	$5\ 2\ 1/2 - [521] \square$		
9	500	499	21	$(5\ 2\ 3/2 - [521]) \circ$		
10	513	515	90	$13\ 2\ 5/2 - [642] \bullet$	6	0-120
11	556	554	28	$7\ 2\ 1\ 2 - [521] \div \square$	(3)	$\leq 0-073$
12	593	592	9	$9\ 2\ 7/2 - [633] \bullet$	3	0-023
13	640	644 ^{b)}	5	$7\ 2\ 3\ 2 - [521] \circ$		
14	656	651	8	$9\ 2\ 3\ 2 - [521] \circ$		
15	718	717	10	$12\ 2\ 7/2 - [633] \bullet$	(6)	(0-049)
16	739	738	10	$1/2\ 1\ 2 - [660] \bullet$	0	0-008
17	766	764	4	$(11\ 2\ 3\ 2 - [521] \div$ $-3\ 2\ 1\ 2 - [660])$		
18	800	801	254	$7/2\ 5\ 2 - [512] \bullet$	3	0-228
19	824	824	20			
20	859	859	21		3	0-028
21	886	885	32			0-016
22	915	915	9	$9\ 2\ 5\ 2 - [512] \bullet$	5	0-063
23	947	947	68		3	0-032
24	1052	1057	36	$1\ 2\ 1\ 2 - [660] \bullet$	(0)	0-047
25	1086	1085	5			(0-033)
26	1123	1127	24			
27	1156	1159	9	$(1\ 2\ 1\ 2 - [510]) \bullet$		
28	1198	1199	184	$3\ 2\ 1\ 2 - [510] \bullet$	(1)	(0-104)
29	1258	1262	62	$5\ 2\ 1\ 2 - [510] \bullet$	(3)	(0-076)
30	1281	1280	7			
31	1341	1342	36	$7/2\ 1\ 2 - [510] \bullet$	(3)	(0-024)
32	1436		15			
33	1493	1495	7		(0)	(0-004)
34	1519	1529	15		0	0-008
35	1542	1549	74			
36	1590	1597	8			
37	1623	1629	21			

Table 1
(Continued)

Peak number	Energy [keV]		$(d\sigma/d\Omega)_{90^\circ}$ [$\mu\text{b}\cdot\text{Sr}$]	Assignment $[K\pi] (Nn_x, l)$	S_{JI}	
	this	GROTDAL et al. [5]			$J =$ $l - 1/2$	$J =$ $l + 1/2$
38	1650	1663	9			
39	1691	1693	22			
40	1708	1709	15			
41	1729	1734	32			
42	1794	1795	172	$(1\ 2\ 1\ 2 \div [651])$	2	0-019
43	1814	1817	39	$(3\ 2\ 1\ 2 \div [651])$	0,1	0-011 (0-087)
44	1853	1856	221	$(5\ 2\ 1\ 2 \div [651])$	2	0-077
45	1870		75			
46	1887		18			
47	1935	1936	95			
48	1958	1957	74			
49	1983	1988	122			
50	2009	2012	32			
51	2056	2067	37		3	0-032
52	2087	2087	9			0-018
53	2111	2114	36			
54	2163	2169	34			
55	2196		23			
56	2225		26			
57	2259		20			
58	2288		14			
59	2311	2317	91			
60	2344	2351	46			
61	2388		24			
62	2417		28			

^{a)} The energy of the level was taken to be equal to 351 keV and used for the energy normalization.

^{b)} In ref. [5] the level is observed in the (d,t) process only.

^{c)} In the brackets are given the l -values, giving the best fit to the total angular distributions. nevertheless, the χ^2 -value is very high (more than two times the number of the degrees of freedom).

Most of the calculations were performed using the Gier-Algol computer program [6] based on the formalism of Bassel et al. [11]. In these calculations we have tried different families of the optical potentials published for this region of nuclei [1, 2, 8, 9, 12], which are collected in table 2. The corresponding deuteron elastic scattering calculations were compared with experimental angular distributions taken from [8] (see figure 7).

7. JADERNÉ REAKCE

7.1. Přehled mechanismů reakcí

Stavy jádra, které můžeme studovat pomocí radioaktivních rozpadů, leží v oblasti relativně nízkých energií. Mnohem větší počet excitovaných stavů se dostane pouze jadernými reakcemi. Proto má jejich studium v jaderné fyzice klíčový význam. Chceme-li porozumět mechanismu jaderných reakcí, musíme rozšířit naše úvahy ze 4. kap., které se vztahovaly pouze na pružný rozptyl.

Dopadá-li částice a na terčíkové jádro A , mohou nastat různé procesy:

$$A + a \rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} A + a & \text{pružný rozptyl (součet kinetických energií} \\ & \text{zůstává konstantní),} \\ A^* + a' & \text{nepružný rozptyl (} A^* \text{ excitované),} \\ B_1 + b_1 & \\ B_2 + b_2 & \left. \begin{array}{l} \text{vlastní jaderná reakce, } b \text{ může být částice} \\ \text{nebo také kvantum } \gamma. \end{array} \right\} \\ \vdots & \end{array} \right.$$

Reakci zapisujeme obvykle ve tvaru $A(a, b) B$, tedy např. $^{23}\text{Na}(p, \alpha)^{20}\text{Ne}$ odpovídá reakci $^{23}\text{Na} + p \rightarrow ^{20}\text{Ne} + \alpha$. O daném vstupním kanálu, kterým reakce probíhá, hovoříme tehdy, když jsou známa všechna kvantová čísla reakce, jako např. druh částic, vlnové číslo k , energie relativního pohybu E , moment hybnosti částice a terčíkového jádra i jejich vzájemná vazba. Analogickým způsobem definujeme výstupní kanál. Speciální případ tvoří pružný kanál, přes který probíhá pružný rozptyl.

V průběhu jaderné reakce můžeme měřit mnoho veličin. Necháme-li dopadat určitou částici, kterou nazýváme též *projektil*, např. proton, s definovanou energií dopadu na terčíkové jádro, můžeme studovat různé konečné produkty, které mohou odpovídat reakcím (p, p) , (p, p') , (p, γ) , (p, n) , (p, d) apod. Pokud nejde o pružný rozptyl, bude každý druh vystupujících částic charakterizován spektrem energií, které nám poskytuje informace o energetických hladinách výsledného jádra. Důležitou veličinou zde mohou být vzájemné poměry intenzit jednotlivých čar. Měníme-li

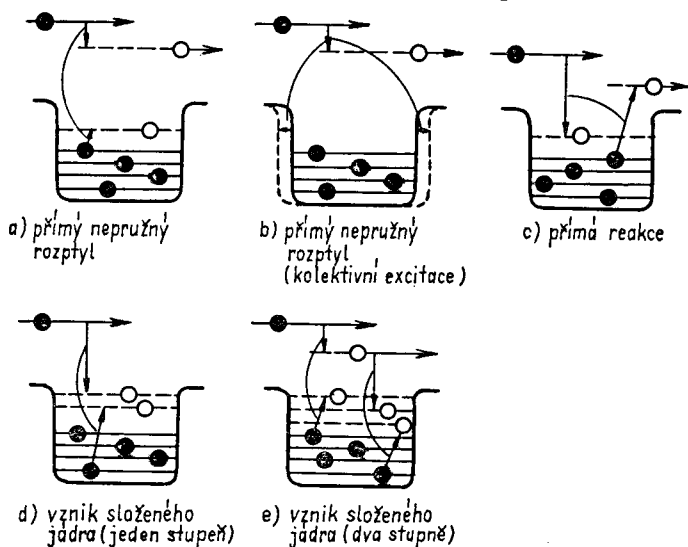
úhel, pod kterým pozorujeme vystupující částice, získáme úhlová rozdělení pro intenzity jednotlivých čar, která nám poskytnou informace o mechanismu reakce a o momentech hybnosti částic, které se podílejí na reakci. Všechny tyto veličiny můžeme pak studovat v závislosti na energii dopadající částice. Použijeme-li jako projektily neutrony, můžeme tato měření realizovat v oblasti energií od několika elektronvoltů až k několika stovkám MeV, tedy v oboru, který zahrnuje 8 řádů. Závislost účinného průřezu určité reakce na energii dopadu nazýváme *excitační funkcí*. Abychom získali informace o *stavech polarizace*, je třeba určit směry spinů částic, které se podílejí na reakci.

Abychom mohli z údajů, které jsme získali pomocí jaderných reakcí, udělat závěry týkající se jednotlivých stavů jádra, musíme v první řadě přesně pochopit mechanismus reakcí. K tomu účelu zde slouží různé modely, jejichž pomocí můžeme v dobrém přiblížení popsat určitou třídu reakcí. Pro modely reakcí je tedy podobná situace, jako pro modely jádra. Jako výchozí bod nám může opět posloužit střední potenciál jádra, který je vyvolán nukleony terčíkového jádra. Bereme jej ve tvaru, který můžeme alespoň principiálně spočítat z jaderných sil Hartreeovou-Fockovou metodou. Když projektil vnikne do jádra, ocitne se ve vlivu tohoto potenciálu. V důsledku srážkových procesů bude integrovat s jednotlivými nukleony v jádru. Přitom je zcela možné, že parametry potenciálu budou záviset na energii srážky. I když jsme již v kap. 4 uvedli vztahy mezi účinným průřezem pro pružný rozptyl a parametry rozptylujícího potenciálu, pokusíme se nyní podat přesnější údaje o tvaru reálného potenciálu. V předchozích úvahách jsme již započítali možnost absorpce dopadající částice z pružného kanálu v důsledku reakce tím, že faktor η_l (amplituda rozptýlené vlny) mohl mít v rovnicích (4.18) až (4.21) hodnotu různou od jedné.

K tomu, abychom popsali závislost rozptylu na potenciálu jádra, můžeme vyjít z této úvahy: Vlny, které reprezentují dopadající částice, se při dopadu na okraj potenciálu lámou, analogicky jako světelná vlna při vstupu do jiného prostředí. Pro pravoúhlý potenciál, který má hloubku $-V_0$, a pro částice dopadající s energií E můžeme např. index lomu vyjádřit vztahem $n = (1 + V_0/E)^{1/2}$. Pro potenciál s průběhem stejným jako u Woodsova-Saxonova potenciálu (obr. 71) je rozptyl analogický dopadu světelné vlny na skleněnou kouli, u které se radiálně mění index lomu. Reakci odpovídá absorpce vlny uvnitř jádra. Tuto absorpci započteme, připojíme-li k potenciálu imaginární část. Řešení Schrödingerovy rovnice pro potenciál $U(r) = -V(r) - iW(r)$ má tvar $e^{ik_1 r} \cdot e^{-k_2 r}$, kde druhý faktor

odpovídá absorpci. Optickou analogií tohoto případu je koule z matného skla. Proto hovoříme o *optickém modelu* pružného rozptylu. V čl. 7.6 se k němu vrátíme podrobněji. Pro nukleony jsou typické hloubky potenciálu $V_0 \approx 40$ MeV a $W \approx 3$ až 10 MeV. Roste-li energie dopadu, roste i absorpce, neboť roste pravděpodobnost interakce částice s nukleonem z jádra. Při velmi silné absorpci pozorujeme proto úhlové rozdělení analogické ohybu světla na černé kouli.

Jaký bude nyní osud částice absorbované z pružného kanálu, která vyvolá reakci? Na obr. 89 je znázorněna řada různých mechanismů interakce částice s nukleony jádra. Dopadající částice může předat část své energie



Obr. 89. Schematické znázornění různých procesů reakce podle [Wei 61]. Prázdné kroužky: nukleony, které se podílejí na procesu srážky

jednomu z nukleonů a sama pak pokračovat se zmenšenou energií dále v letu (obr. 89, nepružný rozptyl). Přitom zůstává původní jádro v excitovaném stavu. Energetické spektrum nepružně rozptýlené částice pak odpovídá excitačnímu spektru jader látky terčíku. Přenos energie na terčíkové jádro se také může uskutečnit vybuzením kolektivního pohybu, tj. vibračního nebo rotačního stavu (obr. 89b). Mimo to se může projektil i zachytit v potenciálové jámě a přenést svou energii na druhou částici, která opustí jádro (obr. 89c). Tyto tři „přímé“ procesy probíhají během průletu nukleonu jádrem, tj. během asi 10^{-22} s. Může však také nastat případ, že se energie

částice rozdělí na více než jeden nukleon. Potom už žádný z nukleonů nemá dost energie k tomu, aby mohl opustit potenciálovou jámu. Energie se velmi komplikovanou cestou rozdělí postupně na více nukleonů a toto rozdělení se bude měnit tak dlouho, až jedna z částic získá opět tolik energie, aby mohla opustit jádro. Tento děj nazýváme *reakce jdoucí přes složené jádro*. Její doba trvání je až 10^{-16} s, tedy mnohem delší než u přímé reakce. Protože doba života τ a neurčitost energie Γ soustavy jsou navzájem spjaty relací neurčitosti, $\tau \approx \hbar/\Gamma$, očekáváme u přímých reakcí velmi pomalou změnu účinného průřezu s energií, avšak u složených jaderných reakcí bude tato změna velmi výrazná. Ostré rezonance v závislosti účinného průřezu na energii se tedy budou vyskytovat pouze u složených jaderných reakcí. Na obr. 89d a e jsou první etapy složeného jaderného procesu. I v případě složeného jaderného procesu může být vylétávající částice emitována v pružném kanálu (složený pružný rozptyl). Tento model reakce je založen opět na představě relativně volného pohybu nukleonů v potenciálu jádra.

Jaderná reakce je úplně popsána tehdy, podaří-li se pro všechny měřitelné parametry (energie, úhel, druh částic atd.) udat účinný průřez. Ten se v podstatě rovná čtverci amplitudy přechodu mezi počátečním a konečným stavem [srov. rovnice (4.68), (7.10)]. Pouze u přímých jaderných reakcí můžeme tyto amplitudy přibližně spočítat pomocí modelů jádra. U složených reakcí se vyskytují komplikované mezistavy. Vzhledem k velkému počtu stupňů volnosti můžeme brát v úvahu pouze střední hodnoty veličin, podobně jako v kinetické teorii plynů. To je podstatou *statistického modelu* excitovaných jader (čl. 7.5).

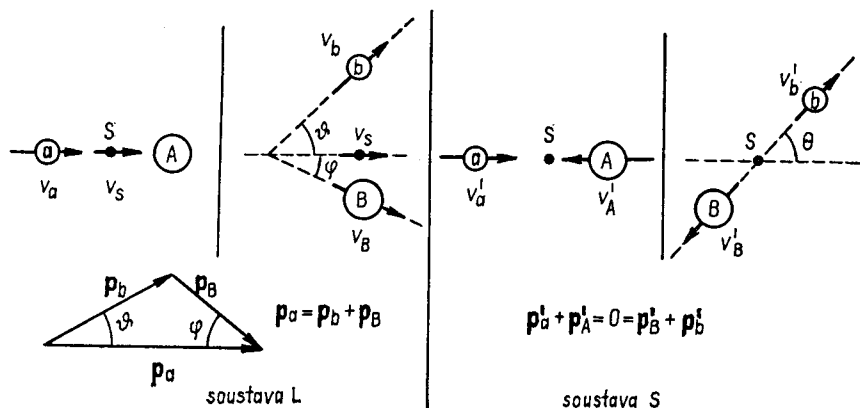
V čl. 7.2 a 7.3 probereme některé obecné zákonitosti, které platí pro všechny typy reakcí. Pak bude následovat podrobnější diskuse jednotlivých modelových představ (čl. 7.4–7.7).

Obecná literatura k otázkám jaderných reakcí: [Hod 71, Aus 70, Jac 70, Mca 70, Mah 69, End 62, Bla 52].

7.2. Energetické poměry, kinematika

V tomto článku probereme zákonitosti, které se týkají energetických poměrů a kinematiky reakcí. První poznámka se bude týkat soustav souřadnic. Všechny výsledky experimentů získáme měřením v laboratorní soustavě souřadnic (L –souřadnice). Protože pro vlastní mechanismus

jaderné reakce nemá význam pohyb těžiště soustavy částic, které se reakce účastní, přepočítáme naměřené hodnoty před tím, než je interpretujeme z fyzikálního hlediska, do soustavy souřadnic, která je spojena s těžištěm (S -soustadnice). Kinematické poměry pro reakci $A(a, b) B$ jsou pro obě dvě soustavy na obr. 90. V soustavě S je celkový součet hybností vždy nulový.

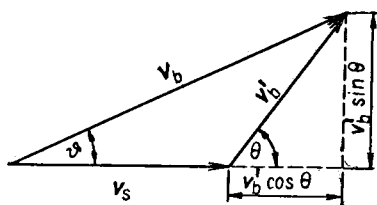


Obr. 90. Kinematické poměry při reakci $A(a, b) B$ v soustavě L a S . Čárkované veličiny se vztahují na soustavu S , v_S je rychlost těžiště

Po srážce se proto částice, které se jaderné reakce účastní, pohybují navzájem v opačných směrech: existuje tedy pouze jediný úhel rozptylu Θ . V tomto článku jsou úhly rozptylu označeny Θ v soustavě těžiště a ϑ v soustavě laboratorní. Obrázek 91 nám poslouží k přepočtu úhlů z jedné soustavy souřadnic do druhé, neboť je z něho zřejmé, že

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{v'_b \sin \Theta}{v'_b \cos \Theta + v_S} = \frac{\sin \Theta}{\cos \Theta + (v_S/v'_b)}. \quad (7.1)$$

Z obr. 90 a 91 vyplývá fyzikální význam jednotlivých veličin. Dále pak platí $m_a v'_a = -m_A v'_A$, odkud plyne $v_S = -v'_A = (m_a/m_A) v'_a$, takže v rovnici



Obr. 91. K přepočtu úhlu rozptylu ϑ (soustava L) a Θ (soustava S).

Veličiny jsou označeny stejně jako na obr. 90

(7.1) můžeme psát $(v_s/v'_b) = (m_s v'_a)/(m_A v'_b)$. Je-li rozptyl pružný, je $v'_a = v'_b$, takže v tomto případě přejde (7.1) na

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{\sin \Theta}{\cos \Theta + (m_a/m_A)} \approx \operatorname{tg} \Theta \quad \text{pro} \quad m_a \ll m_A. \quad (7.2)$$

Při přepočtu diferenciálního účinného průřezu $(d\sigma/d\Omega)_s$ ze soustavy L , ve které jsme jej změřili, do soustavy S nesmíme zapomenout přepočítat i element prostorového úhlu $d\Omega$, chceme-li dostat $(d\sigma/d\Omega)_\theta$. Přepočet mezi soustavami souřadnic obsahují různé programy a tabulky pro kinematické výpočty.

Dále se budeme zabývat zákony zachování, které jsou splněny při jaderných reakcích. Vyjdeme z toho, že platí pro tyto veličiny: 1. počet nukleonů, 2. elektrický náboj, 3. energii, 4. hybnost, 5. moment hybnosti, 6. paritu, 7. izospin (pro něj platí zákon zachování pouze přibližně). Například pro magnetické dipólové či elektrické kvadrupólové momenty však zákony zachování neplatí. Z (2.60) a ze zákonů zachování 5 a 6 vyplývá důležité pravidlo

$$\pi_a \pi_A (-1)^{l_a} = \pi_b \pi_B (-1)^{l_b}, \quad (7.3)$$

kde π jsou parity (+1 nebo -1) a l jsou orbitální momenty hybnosti partnerů, které se reakce účastní (v soustavě S).

Nyní přejdeme k diskusi energetických poměrů. Celková energie sice zůstává při reakci konstantní (započteme-li klidové hmotnosti), což však nemusí platit pro součet kinetických energií, protože částice, které v jaderné reakci vystupují, mají různé vazbové energie. Odtud definujeme *hodnotu Q reakce* jako rozdíl kinetických energií před reakcí a po ní:

$$Q = E_B + E_b - E_a = [(m_A + m_a) - (m_B + m_b)] c^2, \quad (7.4)$$

(E je v L -souřadnicích). Protože platí zákon zachování celkové energie, musí Q současně odpovídat rozdílu klidových hmotností počátečního a konečného stavu. Hodnota Q proto nezávisí na soustavě souřadnic. Konkrétním případem je reakce $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$ uvedená již na obr. 13. Hodnota Q se v tomto případě rovná rozdílu hmotností $^{10}\text{B} + n$ a $^7\text{Li} + \alpha$ (násobnému c^2).

Zde nás ještě zajímá, vzhledem k laboratorní soustavě, vztah mezi hodnotou Q , energiemi částic a úhly reakce. Z obr. 90 určíme průměty hybnosti

do směru \mathbf{p}_a a do směru, který je k němu kolmý, přičemž vezmeme v úvahu, že $p = (2mE)^{1/2}$,

$$\begin{aligned}(2m_B E_B)^{1/2} \cos \varphi + (2m_b E_b)^{1/2} \cos \vartheta &= (2m_a E_a)^{1/2}, \\ (2m_b E_b)^{1/2} \sin \vartheta - (2m_B E_B)^{1/2} \sin \varphi &= 0.\end{aligned}\quad (7.5)$$

Z rovnic (7.4) a (7.5) můžeme vždy eliminovat dva parametry. Veličiny φ a E_B většinou při studiu reakce neměříme. Eliminujeme-li je a řešíme-li soustavu rovnic vzhledem ke Q , dostaneme rovnici pro Q

$$Q = E_b \left(1 + \frac{m_b}{m_B}\right) - E_a \left(1 - \frac{m_a}{m_B}\right) - \sqrt{E_b} \frac{2(m_a m_b E_a)^{1/2}}{m_B} \cos \vartheta. \quad (7.6)$$

Pomocí této rovnice určíme hodnotu Q z energie částic a z úhlu reakce. Často však potřebujeme znát, jak závisí energie produktu reakce E_b na energii dopadající částice E_a a úhlu reakce ϑ . Dosadíme proto do rovnice (7.6) $x \equiv \sqrt{E_b}$ a vyřešíme kvadratickou rovnici. Dostaneme

$$\sqrt{E_b} = r \pm (r^2 + s)^{1/2}, \quad (7.7a)$$

kde

$$r = \frac{(m_a m_b E_a)^{1/2}}{m_b + m_B} \cos \vartheta \quad (7.7b)$$

a

$$s = \frac{m_B Q + E_a(m_B - m_a)}{m_b + m_B}. \quad (7.7c)$$

Fyzikální smysl mají pouze taková řešení (7.7a), pro která je E_b reálné a kladné. Rovnice (7.7), jako ostatně všechny úvahy v tomto článku, platí pouze v nerelativistické aproximaci. Většina jaderných reakcí tento předpoklad dobře splňuje. Všechny rovnice tohoto článku budou relativisticky korektní, nahradíme-li každou hmotnost m veličinou $m + E/2c^2$, kde E je kinetická energie uvažované částice v L -souřadnicích [Bro 51].

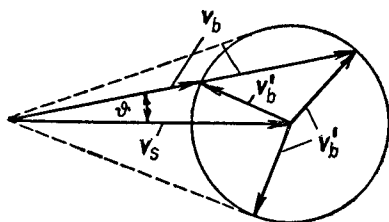
Rovnice (7.7) nám umožní diskutovat řadu různých případů chování produktů reakce. Nejprve musíme zásadně rozlišovat mezi reakcemi, kterým odpovídá $Q > 0$ (*exotermní reakce*), a těmi, pro které je $Q < 0$ (*endotermní reakce*).

Začneme s případem $Q > 0$. Předně je jasné, že E_b bude záviset na úhlu tím méně, čím větší bude Q , protože se vyskytuje pouze ve vztahu pro s ,

kteřý nezávisí na úhlu. Z (7.7c) vyplývá, že pro lehčí projektil, než je výsledné jádro, tj. $m_a < m_B$, je $s > 0$. Potom existuje pro E_b právě jedno kladné řešení. Vzhledem k závislosti na $\cos \vartheta$ nabývá E_b své nejmenší hodnoty pro $\vartheta = 180^\circ$. Klesá-li energie projektilu E_a k nule (např. u tepelných neutronů), jde k nule i r a dostaneme $E_b \approx s \approx (Qm_b)/(m_b + m_B)$. Příkladem na reakci s $Q > 0$ může být opět proces $^{10}\text{B}(n, \alpha) ^7\text{Li}$ s $Q = 2,79$ MeV.

Nyní uvažujme případ, kdy $Q < 0$. Protože při přechodu k inverzní reakci se podle (7.4) mění znaménko Q , můžeme nyní volit jako příklad obrácený proces $^7\text{Li}(\alpha, n) ^{10}\text{B}$, kterému bude tedy odpovídat $Q = -2,79$ MeV. Pro $E_a \rightarrow 0$ bude opět platit $r \rightarrow 0$, ale s bude nyní záporné, takže ve vztahu (7.7a) nedostaneme E_b kladné. Pro každý úhel ϑ bude tedy existovat taková hodnota energie $E_a^S(\vartheta)$, pod kterou již není možný vznik reakce. Pro úhel $\vartheta = 0^\circ$ je tato energie nejnižší. $E_a^S(0)$ nazýváme *prahovou energií* E_s . Té dosáhneme, bude-li v (7.7a) $r^2 + s = 0$. Snadno odtud spočteme

$$E_s = -Q \frac{m_b + m_B}{m_b + m_B - m_a} . \quad (7.8)$$



Obr. 92. Vektory rychlosti při endotermní reakci

Protože se při srážce přenáší na výsledné jádro kinetická energie, musí být přirozeně prahová energie vždy větší než hodnota Q . Dosáhne-li se prahu, objeví se ihned produkty reakce, jejichž energie má v laboratorní soustavě hodnotu

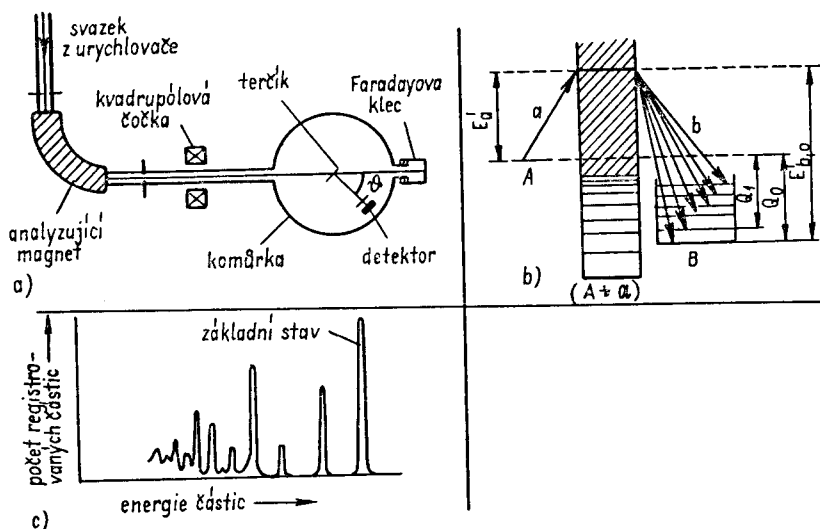
$$E_b = r^2 = E_s \frac{m_a m_b}{(m_b + m_B)^2} , \quad (7.9)$$

i když v soustavě těžiště bude jejich kinetická energie prakticky nulová. Vzroste-li E_a poněkud nad prahovou energií, bude mít rovnice (7.7a) pro $\vartheta = 0^\circ$ dvě kladná řešení. Totéž platí pro všechny úhly, pod kterými mohou být vůbec emitovány částice. Pozorujeme tedy dvě skupiny částic s diskrétními energiemi. Vektorový diagram na obr. 92, na kterém je zakreslena rychlost těžiště \mathbf{v}_s a rychlosti produktů reakce \mathbf{v}_b' měřené v sou-

stavě S , nám tuto situaci objasní. Úhlu ϑ přísluší v soustavě L dvě co do velikosti různé rychlosti \mathbf{v}_b , které dostaneme vektorovým součtem jedné nebo druhé ze dvou stejně velkých ale různě orientovaných rychlostí \mathbf{v}'_b s rychlostí \mathbf{v}_S . Dále je zřejmé, že vně čárkovaného kužele nemůžeme v soustavě L žádné částice pozorovat. Bude-li $\mathbf{v}'_b = \mathbf{v}_S$, bude vrcholový úhel tohoto kužele roven 90° . Pak budeme v každém směru ještě pozorovat jen jedinou energii. Té odpovídá v rovnicích (7.7) energie E_a , přičemž E_b má jednoznačnou kladnou hodnotu. To je však vázáno podmínkou $E_a = -Qm_B/(m_B - m_a)$.

Výsledné jádro B , které při reakci vznikne, nemusí zůstat v základním stavu. Definice hodnoty Q v rovnici (7.4) platí i pro excitovaný stav výsledného jádra B^* vzniklého při reakci, dosadíme-li do ní E_B^* , resp. m_B^* . To tedy znamená, že každé hladině výsledného jádra, které odpovídá excitační energii E_x , bude příslušet určitá hodnota Q , která se rovná $Q_x = Q - E_x$. V energetickém spektru produktů reakce měřeném pod určitým úhlem ϑ bude každé excitované hladině výsledného jádra odpovídat určitá energie E_b , která je dána rovnicí (7.7).

Obrázek 93 ukazuje typické uspořádání experimentu pro studium reakcí spolu se znázorněním hladin energií a energetickým spektrem produktů



Obr. 93. Typický experiment s jadernou reakcí: a) uspořádání, b) energetické poměry, c) spektrum energií produktů reakce

reakce. V experimentálním uspořádání z obr. 93a určuje energii dopadajících částic analyzující magnet. Detektor registrující spektrum energií produktů reakce (které opouštějí terčík pod úhlem ϑ) se skládá ve většině případů z jednoho nebo více polovodičových detektorů, které nám umožňují identifikovat i druh částice. Faradayovou klecí určíme intenzitu záření, takže můžeme normovat počet registrovaných částic vzhledem k intenzitě svazku dopadajících částic. Energetické poměry, o kterých jsme již mluvili, jsou ještě jednou na obr. 93b (srov. také s obr. 13). Hodnoty Q označené Q_0 a Q_1 se vztahují na přechody do základního a prvního excitovaného stavu. Hodnoty E'_a a E'_b neodpovídají energiím vystupujícím v rovnici (7.7), které byly určeny v laboratorní soustavě, ale jsou to energie vstupního a výstupního kanálu v soustavě S . Spektrum energií lehkých produktů reakce, jak je registruje detektor, jsou na obr. 93c.

Zde jsme probrali pouze nejjednodušší základní vzorce popisující kinematiku reakcí. O tomto oboru existuje speciální literatura. Konkrétní výpočty provádíme většinou pomocí tabulek nebo počítačů. Odkazy na literaturu jsou uvedeny v připojeném seznamu.

Literatura k čl. 7.2: Kinematika [Mie 67, Bal 63, Hag 63].

Tabulky hodnot Q [Mtw 65, Map 66, Gov 72, Lan 73].

7.3. Úvahy o fázovém prostoru, princip detailní rovnováhy

Ve srovnání s celou energií soustavy, ve které probíhá jaderná reakce, je energie interakce H_w mezi částicemi, které v reakci vystupují, většinou malá. Můžeme proto při výpočtu pravděpodobnosti přechodu W z počátečního stavu (vlnová funkce Ψ_i) do konečného (Ψ_f) použít zlaté pravidlo poruchového počtu [srov. rovnici (4.64)]

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{fi}|^2 \frac{dn}{dE_0} \quad (\text{s}^{-1}), \quad (7.10)$$

kde dn/dE_0 je počet konečných stavů v intervalu energie, které jsou při reakci dosažitelné. H_{fi} označuje prvek matice

$$H_{fi} = \langle \Psi_f | H_w | \Psi_i \rangle = \int \Psi_f^* H_w \Psi_i \, d\tau. \quad (7.11)$$

Poznamenejme na závěr, že v mnoha ohledech lze optický model zjemnit. Vedle členů, které závisejí na spinu, můžeme zavést i členy závisející na izospinu a obsahující parametr asymetrie T_z/A . Optický model pak můžeme ještě rozšířit tím, že neuvažujeme kanály reakce paušálně obsažené v absorpčním členu, ale rozvineme výslednou vlnovou funkci Ψ_T podle vlnových funkcí pružného kanálu i podle některých funkcí obzvláště silných kanálů reakce. Absorpční člen pak pojme pouze zbytek kanálů reakce. Dostaneme soustavu diferenciálních rovnic, které můžeme řešit např. v případě, když uvažované kanály v některých speciálních případech vedou k jednoduchým kolektivním excitacím. V poslední době se ukazuje tato metoda vázaných kanálů jako velmi úspěšná [viz např. Tam 69].

Literatura k čl. 7.6: [Hod 71, Gre 68, Hod 67, Hod 63, Bro 59].

7.7. Přímé reakce

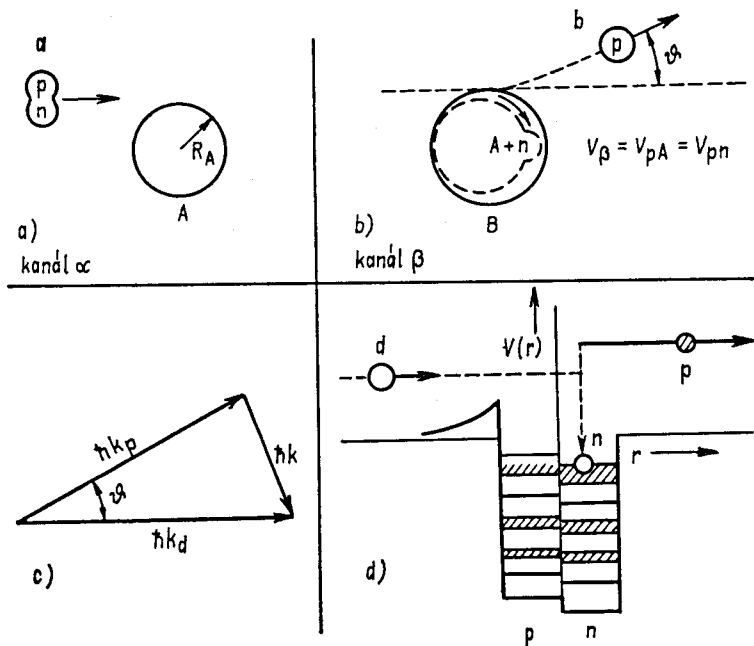
V čl. 7.6 jsme ukázali, že můžeme rozložit účinný průřez pružného rozptylu na formelastickou část a na pružnou SJ část. Formelastická část přísluší potenciálovému rozptylu dopadající vlny, tedy procesu, který probíhá ve velmi krátké době ($\lesssim 10^{-22}$ s). U reakcí je situace analogická jako u rozptylu. Vedle relativně pomalu probíhajících reakcí SJ existují přímé reakce. Jsou charakterizovány poměrně dobrým překrytím vlnových funkcí počátečního a konečného stavu, takže přechod může probíhat rychle s minimálním počtem procesů přeuspořádání uvnitř jádra. Můžeme také říci, že na rozdíl od reakce SJ zasahuje přímá reakce jen relativně málo stupňů volnosti soustavy.

Typickým příkladem přímé reakce je reakce (d, p), při které terčíkové jádro zachytí neutron z deuteronu, který míjí jádro, zatímco proton pokračuje dále v letu bez podstatné změny hybnosti. Tento děj označujeme jako *reakci strhávání* („stripping-reaktion“). Vyskytuje se také opačný případ, jako např. při reakci (^3He , α), při které se neutron odebírá od terčíkového jádra, tzv. reakce vytrhávání („pick-up-reaktion“). Výměnu jednoho nebo více nukleonů přímým procesem označujeme obecně jako *reakci přenosu*. Další typické příklady takové reakce jsou procesy (d, t), (d^3 , He), (t, α), (^3He , d), (p, α), (d, α) a eventuálně také možné obrácené reakce.

Veličiny měřitelné při přímé reakci se v řadě případů chovají odlišně od toho, co bychom očekávali v případě reakcí SJ. V první řadě úhlová

rozdělení jsou nesymetrická. Vykazují většinou silný vzrůst intenzity ve směru dopadu, který je spojen s ohybovou strukturou té, kterou pozorujeme při potenciálovém rozptylu (srov. obr. 101 a obr. 103). Dále excitační funkce nevykazují jednotlivé rezonance, ale nanejvýše struktury, které mají šířky odpovídající jednočásticové rezonanci. Spektrum energie produktů reakce obsahuje dále podstatně vyšší podíl částic s vyšší energií, než by to odpovídalo evaporačnímu spektru. A konečně relativní účinné průřezy různých procesů neodpovídají modelu složeného jádra. Tak např. pro energie pod coulombovskou bariérou je účinný průřez pro reakci (d, p) větší než pro reakci (d, n), i když pravděpodobnost evaporace je v důsledku chybějící coulombovské bariéry větší pro neutrony než pro protony. U experimentálně získaných údajů je většinou obtížné oddělit podíl přímé reakce od podílu reakce SJ. To vede často k nejistotě při analýze dat. Pomocí analýzy fluktuací můžeme často získat poměr účinných průřezů pro oba mechanismy reakce [Eri 66].

Charakteristické veličiny, které můžeme měřit při přímých reakcích, jsou úhlová rozdělení a absolutní účinné průřezy. Na rozdíl od poměrů,



Obr. 102. Průběh reakce strhávání

kteřé jsou při reakcích SJ, můžeme v případě přímých reakcí principiálně spočítat prvek matice H_{fi} , který vystupuje v rovnici (7.20), a tím i účinný průřez. Dále pak ukážeme, že v jistém přiblížení můžeme rozdělit účinný průřez na dva faktory. Jeden z faktorů, σ_{DWBA} , má kinematický charakter. Určuje v podstatě úhlová rozdělení, která závisí charakteristickým způsobem na přenášeném momentu hybnosti. Z úhlových rozdělení můžeme zjistit momenty hybnosti hladin výsledného jádra, které vznikne při reakci. Druhý faktor S obsahuje vlnové funkce počátečního a konečného stavu výsledného jádra. Nazývá se *spektroskopický faktor*. Měřením absolutního účinného průřezu ho můžeme experimentálně stanovit a pak porovnat s výsledkem výpočtů, vycházejících z různých modelových předpokladů.

Pro získání názorné souvislosti mezi úhlovým rozdělením produktu reakce a přenášeným momentem hybnosti uvažujme velice hrubý model reakce (d, p) — obr. 102. Nechť na terčíkové jádro A o poloměru R_A dopadá deuteron tak, že dojde k zachycení neutronu s orbitálním momentem hybnosti l_n , přičemž vznikne jádro B a proton pokračuje dále v letu pod úhlem ϑ . (Nechť je jádro A tak těžké, že souřadnice L a S jsou prakticky stejné.) Potom zde platí diagram hybnosti z obr. 102c, kde je $\hbar k$ hybnost přenesená na jádro. Je-li poloměr interakce R_A , platí přibližně pro přenášený orbitální moment hybnosti l

$$|l| = R_A \hbar k = \hbar [l(l+1)]^{1/2}. \quad (7.77)$$

Použijeme-li kosinovou větu, dostaneme z obr. 102c

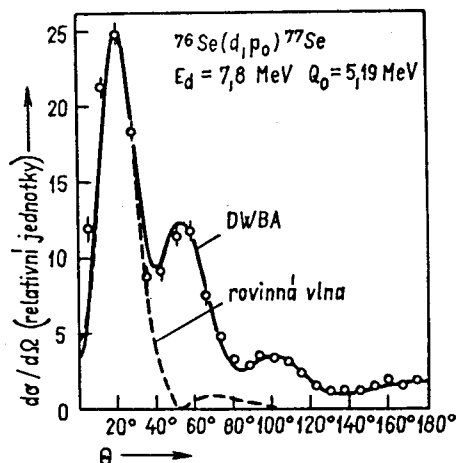
$$\cos \vartheta = [l(l+1)/R_A^2 - (k_p^2 + k_d^2)] (2k_p k_d)^{-1}. \quad (7.78)$$

Toto je vztah mezi l a ϑ . Při kvantově mechanickém postupu místo jednoznačného vztahu vystupuje rozdělení, které vede podobně jako při našich úvahách v kap. 4 (přechod od obr. 48 k obr. 49) k účinnému průřezu $\sigma \sim \sim j_l^2(kR_A)$, a to v podstatě ze stejných příčin. Přesto udává vztah (7.78) přibližně polohu hlavního úhlového rozdělení maxima. Na obr. 103, kde úhlové rozdělení pro reakci $^{76}\text{Se}_{42}(d, p) ^{77}\text{Se}_{43}$, si to můžeme ověřit. Do terčíkového jádra se přitom zabuduje 43. neutron. Podle obr. 73 připadá jí v úvahu hladina $g\ 9/2$ ($l = 4$) a $p\ 1/2$ ($l = 1$). Spočteme-li nyní na základě (7.78) úhel, který přísluší jednotlivým hodnotám l pro $E_d = 7,8\text{ MeV}$ a $E_p = 13\text{ MeV}$, nalezneme

$l = 1$	2	3	4	5
$\vartheta = 19^\circ$	34°	49°	64°	81°

Z obr. 103 vyplývá, že pozorovanému rozložení odpovídá nejlépe hodnota $l = 1$.

Tento případ můžeme nejjednodušeji popsat Bornovým přiblížením s rovinnými vlnami (čl. 4.6). Protože počáteční a konečný stav obsahují různé částice, nemůžeme již uvažovat, že prvek matice je tak jednoduchý jako v případě rovnice (4.66). V nejjednodušším případě musíme vyjít z výrazu $\sigma \sim |\int \psi_\beta^* V_{np} \psi_\alpha d\tau|^2$, kde V_{np} je potenciál neutron-proton a ψ_α a ψ_β jsou vlnové funkce v počátečním a konečném stavu. Jako vlnovou funkci deuteronu vezmeme $\psi_\alpha = \exp[ik_\alpha \cdot (r_p + r_n)/2] (1/r) \cdot \exp(-r/R)$, kde



Obr. 103. Úhlové rozdělení reakce (d, p) s různým přizpůsobením; podle [Hin 62]

$r = |r_p - r_n|$; R odpovídá obr. 62. Analogicky je $\psi_\beta = \exp[ik_p \cdot r_p] \Phi_l$. Zde je Φ_l vlnová funkce zachyceného neutronu s momentem hybnosti l . Výpočet však zůstane komplikovaný i v případě, kdy za V_{np} dosadíme $V_{np} = D_0 \delta(r_p - r_n)$. Výsledek, který dostaneme, ukazuje, že diferenciální účinný průřez je úměrný $j_l^2(kR_A)$ [But 57]. Porovnáme-li jej však s experimentem, zjistíme, že nevyjadřuje správně poměry intenzit. Důvodem je, že jsou-li dopadající částice pod vlivem potenciálu jádra (viz např. obr. 99), nelze je v žádném případě popsat rovinnou vlnou. Značného vylepšení dosáhneme nahrazením rovinné vlny v Bornově přiblížení řešením, které odpovídá rozptylu optickým potenciálem. Výsledky obou postupů se liší podobným způsobem jako úhlová rozdělení na obr. 61 a obr. 101. Tuto metodu nazýváme *Bornovým přiblížením s porušenými vlnami* (zkráceně většinou DWBA – Distorted Wave Born Approximation). Při praktických výpočtech, které vyžadují vždy značné množství numerických operací, oddělujeme struk-

turní faktor jádra S od účinného průřezu. Z numerických výpočtů pak dostaneme kinematickou část σ_{DWBA} účinného průřezu, která závisí na přenášeném momentu hybnosti. Na obr. 103 je porovnáván výpočet s rovinnými vlnami, výpočet metodou DWBA a příslušné experimentální výsledky.

Matematické detaily spojené se zavedením metody DWBA jsou velmi komplikované. Můžeme zde proto uvést pouze jeho podstatné kroky. Podrobnější popis lze nalézt u [Tob 61, Aus 63, Gle 63, Sat 65]. Vyjdeme opět z reakce $A(a, b)B$, kde označíme vstupní kanál (částice $a + A$) písmenem α a výstupní kanál ($B + b$) písmenem β . Konkrétním případem může pak být reakce (d, p) z obr. 102. Soustava musí splňovat Schrödingerovu rovnici $H\psi = E\psi$. Přitom H můžeme vyjádřit buď v kanálu α („prior-formulace“), nebo v kanálu β („post-formulace“):

$$H = T_\alpha + V_\alpha + H_\alpha = T_\beta + V_\beta + H_\beta. \quad (7.79)$$

Rozhodneme se pro formulaci ve výstupním kanálu β . Pak T_β v (7.79) označuje kinetickou energii v soustavě S . Můžeme psát $T_\beta = \hbar^2 k_\beta^2 / 2\mu_\beta$, $V_\beta = V_{bB}$, což je interakční potenciál mezi B a b ; H_β je vnitřní energie vázaných stavů B a b . Označíme-li Φ_β vlnovou funkci vázaných stavů v kanálu β , platí

$$H_\beta \Phi_\beta = E_\beta \Phi_\beta. \quad (7.80)$$

Zde je $H_\beta = H_B + H_b$, odkud plyne $\Phi_\beta = \Phi_b \Phi_B$ a $E_\beta = E_b + E_B$. Pro vyjádření prvku matice $H_{\alpha \rightarrow \beta}$ použijeme nyní výsledek formální teorie rozptylu (viz např. [Tab 61, Gol 64]), která říká, že

$$H_{\alpha \rightarrow \beta} = \langle \Phi_\beta e^{ik_\beta \cdot r_\beta} | V_\beta | \Psi_\alpha^{(+)} \rangle. \quad (7.81)$$

Zde $\Psi_\alpha^{(+)}$ je úplné řešení soustavy v kanálu α , které volíme tak, aby asymptoticky obsahovalo rovinné dopadající vlny a vystupující sférické vlny. V kanálu β uvažujeme naopak vlnovou funkci vázaného stavu a rovinnou vlnu.

Výraz (7.81) upravíme tak, že rozložíme V_β do dvou potenciálů

$$V_\beta = V'_\beta + U_\beta. \quad (7.82)$$

Pro příklad z obr. 102 můžeme tento rozklad provést takto:

$$V_\beta = V_{bB} = V_{pB} = V_{pn} + V_{pA} = V'_\beta + U_\beta. \quad (7.83)$$

Jestliže ztotožníme potenciál mezi protonem a neutronem s potenciálem V'_β , pak bude $U_\beta = V_{pA}$, což je potenciál působící mezi protonem a terčíkovým jádrem. Můžeme zde však zvolit středovaný potenciál, zanedbáme-li

excitaci terčíkového jádra. Klademe tedy $U_\beta \approx U_{pB}$, kde jsme jako U_{pB} zvolili optický potenciál mezi protonem a jádrem B . Tedy V'_β popisuje interakci mezi částicemi účastnícími se reakce v kanálu β a U_β je optický potenciál v tomto kanálu. Dosadíme-li do vzorce (7.81) rozklad (7.82), pak pro každý libovolný rozklad V_β platí obecný vztah odvozený Gell-Mannem a Goldbergem

$$H_{\alpha \rightarrow \beta} = \langle \Phi_\beta \chi_\beta^{(-)} | V'_\beta | \Psi_\alpha^{(+)} \rangle + \langle \Phi_\beta e^{ik_\beta \cdot r_\beta} | U_\beta | \Phi_\alpha \chi_\alpha^{(+)} \rangle, \quad (7.84)$$

kde funkce $\chi_\beta^{(\pm)}$ splňují rovnici

$$(T_\beta + U_\beta) \chi_\beta^{(\pm)} = E'_\beta \chi_\beta^{(\pm)}. \quad (7.85)$$

V rozvoji, který jsme právě zavedli, jsou funkce χ řešeními Schrödingero-vy rovnice pro optický potenciál U_β . Nalezneme je asymptoticky z průběhu dopadající (+) nebo vystupující rozptýlené (−) vlny. Druhý člen vystupující v (7.84) většinou zanedbáme, neboť U_β nepůsobí na vnitřní vlnové funkce Φ . Z toho důvodu by měl být malý (kromě případu pružného rozptylu). V prvním členu se vyskytuje neznámá funkce Ψ_α . Nyní budeme vycházet z představy, že i Ψ_α určuje hlavně střední potenciál. To je ospravedlněno experimentem, neboť amplituda pružného kanálu je vždy největší. Zavádíme proto další přiblížení

$$\Psi_\alpha^{(+)} = \chi_\alpha^{(+)} \Phi_\alpha \quad (1. \text{ Bornovo přiblížení}). \quad (7.86)$$

Vypustíme-li druhý člen, přejde (7.84) na

$$H_{\alpha \rightarrow \beta} = \langle \Phi_\beta \chi_\beta^{(-)} | V'_\beta | \chi_\alpha^{(+)} \Phi_\alpha \rangle. \quad (7.87)$$

To je prvek matice přechodu v Bornově aproximaci s porušenými vlnami. Ten pak obsahuje řešení χ pro optický potenciál (porušené vlny) a potenciál interakce V'_β mezi částicemi, které se na reakci podílejí. Aproximace (7.86) není dokonalá, protože optický potenciál je zaveden tak, aby pro $r \rightarrow \infty$ popsal asymptoticky průběh rozptylu. V (7.87) jsme však použili vlnovou funkci χ přímo na jádro.

V případě reakce (d, p) je potenciálem V'_β potenciál neutron-proton. Normálně je však dosah jaderných sil malý ve srovnání s rozměry oblasti, ve které se mění vlnová funkce obsažená v (7.87). Proto často V_{pn} nahrazujeme δ -funkcí, tj.

$$V_{pn} = D_0 \delta(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_n). \quad (7.88)$$

Obecně to vede k tomu, že dosazujeme za integrační proměnné v (7.87) $r_\beta = (M_A | M_B) r_\alpha = r$. (Přiblížení nulového dosahu.). V důsledku toho můžeme zjednodušit prvek matice (7.87)

$$H_{\alpha \rightarrow \beta} = \int (\chi_\beta^{(-)*} \langle \Phi_\beta | V'_\beta | \Phi_\alpha \rangle \chi_\alpha^{(+)}) J d\tau, \quad (7.89)$$

tj. počet integračních proměnných poklesl na polovinu. J je Jacobiův determinant pro transformaci proměnných do relativních souřadnic. Vlnové funkce jádra jsou nyní odděleny. Prvek matice $H_{\alpha \rightarrow \beta}$ musíme ještě středovat přes některé další veličiny. Dostaneme pak veličinu $|H_{fi}|^2$, kterou jsme již použili v rovnici (7.20), když jsme počítali $(d\sigma/d\Omega)$:

$$|H_{fi}|^2 = \sum |\bar{H}_{\alpha \rightarrow \beta}|^2. \quad (7.90)$$

Sčítali jsme zde přes spiny konečného stavu a střední hodnotu jsme počítali přes spiny počátečního stavu. Jestliže provedeme tento výpočet střední hodnoty, dostaneme tento tvar účinného průřezu pro přechod do určité hladiny při přenosu momentu hybnosti lj

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{exp}}^{lj} = S_{lj} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{DWBA}}^{lj}, \quad (7.91)$$

kde

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{DWBA}}^{lj} = N \sum_m |\chi_\beta^{(-)*} u_{lj}(r) Y_l^m \chi_\alpha^{(+)} d\tau|^2. \quad (7.92)$$

Rovnice (7.92) vyjadřuje podstatné rysy struktury kinematické části účinného průřezu. Ten závisí na energii projektilu E , hodnotě Q , přenosu momentu hybnosti lj a úhlu reakce Θ . Veškeré faktory fázového prostoru a spinu jsou obsaženy v konstantě N ; u_{lj} je radiální funkce. Spektroskopický faktor S_{lj} v (7.91) obsahuje vlnové funkce jádra a můžeme jej určit porovnáním experimentálně zjištěného účinného průřezu $(d\sigma/d\Omega)_{\text{exp}}$ se spočteným $(d\sigma/d\Omega)_{\text{DWBA}}$. Na druhé straně ale můžeme spočítat S_{lj} na základě speciálních modelových předpokladů. Připojíme-li pomocí reakce k čisté konfiguraci $k - 1$ částic v téže slupce j další částici, bude

$$S = k | \langle k - 1, j | k \rangle |^2, \quad (7.93)$$

kde veličina v úhlových závorkách je cfp z rovnice (6.22). Je-li speciálně $k = 1$, je $S = 1$, je-li $k = 2$ a jsou-li všechny ostatní nukleony spárovány, je cfp rovno 1 a $S = 2$. Experimentální stanovení spektroskopických faktorů

je tedy důležitým pomocným prostředkem pro ověření modelových představ. [Tab 61, Sha 63, Mfa 69].

Na závěr shrneme ještě jednou nejdůležitější aproximace, které vedly k výsledku (7.91). Jsou to: 1. použití vlnové funkce pro pružný kanál a zanedbání vazby na druhé kanály, 2. aplikace vlnové funkce optického modelu přímo na jádro, 3. zanedbání excitace terčíkového jádra, tj. vynechání druhého členu v (7.84), 4. aproximace nulového dosahu.

Literatura k čl. 7.7: [Hab 71, Tob 61, Aus 63, Gle 63, Gol 64, Sat 65].