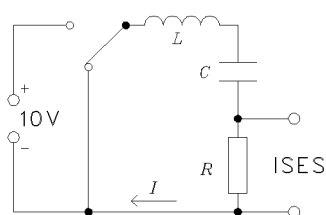


Úloha

1. Zostavte obvod podľa obrázka 1 a odmerajte pre obvod v periodickom stave závislosť doby kmitu T na veľkosti zaradenej kapacity C pri $R = 20 \, \Omega$. Výsledky merania spracujte graficky a vyhodnoťte veľkosť indukčnosti L zaradenej v obvode.
2. Stanovte hodnoty aperiodizačných odporov pre kapacity 0,5; 1; 2; 5; 10 μF . Aj v tomto prípade stanovte veľkosť indukčnosti L zaradenej v obvode.
3. Odmerajte závislosť relaxačného času obvodu RC na veľkosti odporu alebo kapacity v obvode. Výsledky spracujte graficky a porovnajte s teoretickými.

Teória

Obr. 1: Zapojenie RLC

Pre sériový RLC obvod z obrázka 1 možno zostaviť nasledujúcu diferenciálnu rovnicu:

$$0 = \frac{dU}{dt} = L \cdot \frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{1}{C} \cdot I + R \cdot \frac{dI}{dt} \quad (1)$$

kde U je napätie medzi spínačom a záporným pólom zdroja (rovnicu teda neplatí v okamihu prepnutia prepínača).

Napätie merané na odpore R je priamo úmerné prúdu I pretekajúcemu RLC obvomom. Riešením rovnice (1) (za predpokladu $\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2}$) sú podľa [1] harmonické kmity s periódou:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \quad \rightarrow \quad \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{C} - \frac{R^2}{4L^2} \quad (2)$$

Ak $\frac{1}{LC} = \frac{R_0^2}{4L^2}$, obvod sa nachádza v medznom aperiodickom stave, čo prejaví rýchlym utlmením, bez prekmitu cez 0. Dosiahnem ho skusmým nastavením R na R_0 pri danej hodnote C . Pri lineárnej regresii potom aproximujem nameranú závislosť rovnicou:

$$R_0^2 = 4L \cdot \frac{1}{C} \quad (3)$$

V tretej úlohe som obvod upravil na typ RC odpojením cievky. V tomto obvode dochádza po prepnutí spínača k exponenciálnemu poklesu prúdu s časovou konštantou $\tau = RC$. Experimentálny systém ISES umožňoval aproximovať nameranú závislosť exponenciálou $a \cdot e^{-b \cdot t}$.

$$U_R = a \cdot e^{-b \cdot t} \sim I = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad \rightarrow \quad RC = \frac{1}{b} = \tau \quad (4)$$

Meranie

Na meranie bol použitý experimentálny systém ISES, ktorý pracoval ako voltmeter (použité rozsahy 0,1; 1; 10 V) s 12-bitovým A/D prevodníkom a vzorkovacíou frekvenciou 30000 Hz. Záznam sa spúšťal triggerom, ktorý sa aktivoval automaticky pri prepnutí prepínača (vzrast napätia) a ukončil sa po vopred stanovenom čase (0,02 - 0,1 s). Potom bolo možné na obrazovke v myšou vybraných bodoch odčítať hodnoty času a napätia, prípadne aproximovať v zadaných bodoch exponenciálou. Meral som pri napájacom napätí 4 V.

V prvej úlohe (tabuľka 1) som odčítal periódu v bodoch pretínajúcich os t. V druhej úlohe (tabuľka 2) slúžila nameraná závislosť len ako indikátor. V tretej úlohe som aproximoval nameranú závislosť exponenciálou. V tabuľke 3 je meranie pri konštantnom $C = 10 \mu\text{F}$, v tabuľke 4 pri konštantnom $R = 10 \text{ k}\Omega$.

$C [\mu\text{F}]$	$T [\text{ms}]$	$\frac{10^{-6}}{C} [\text{F}^{-1}]$	$\omega^2 \cdot 10^{-6} [\text{s}^{-2}]$
0,1	$2,52 \pm 0,03$	10,00	$6,22 \pm 0,20$
0,3	$4,48 \pm 0,05$	3,333	$1,97 \pm 0,03$
0,5	$5,86 \pm 0,10$	2,000	$1,15 \pm 0,03$
1,0	$8,7 \pm 0,2$	1,000	$0,522 \pm 0,017$
3,0	$16,5 \pm 0,3$	0,333	$0,145 \pm 0,004$
5,0	22 ± 1	0,200	$0,0082 \pm 0,005$
10,0	32 ± 2	0,100	$0,0038 \pm 0,003$

Tabuľka 1

$R [\text{k}\Omega]$	$\frac{1}{\tau} [\text{s}^{-1}]$	$\tau [\text{s}]$
1,0	99,2	0,01008
3,0	33,2	0,03012
5,0	19,92	0,05020
10,0	10,06	0,09940

Tabuľka 3

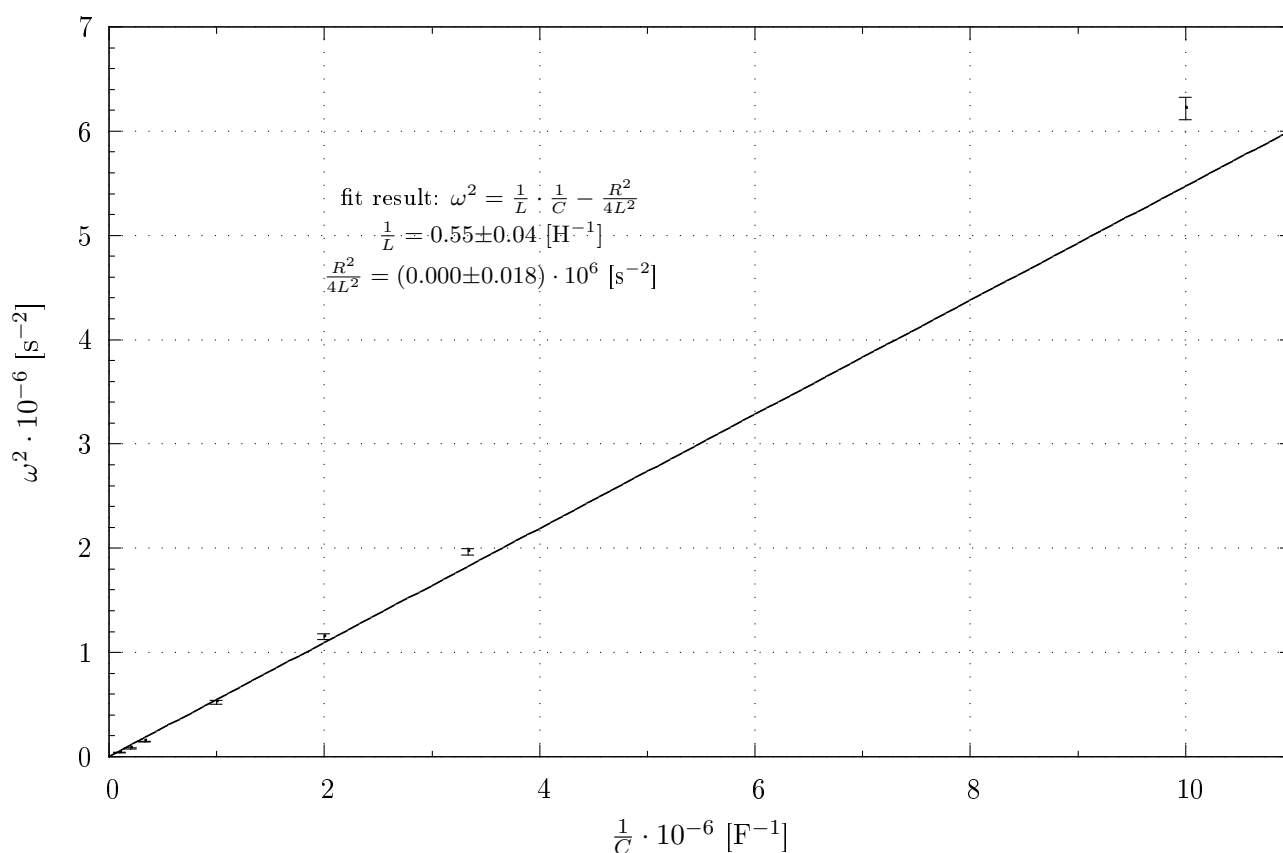
$C [\mu\text{F}]$	$R_0 [\text{k}\Omega]$	$\frac{10^{-6}}{C} [\text{F}^{-1}]$	$R_0^2 \cdot 10^{-6} [\Omega^{-2}]$
0,5	$3,45 \pm 0,10$	2,000	$11,9 \pm 0,5$
1,0	$2,55 \pm 0,10$	1,000	$6,5 \pm 0,4$
2,0	$1,88 \pm 0,05$	0,500	$3,53 \pm 0,13$
5,0	$1,24 \pm 0,05$	0,200	$1,54 \pm 0,09$
10,0	$0,895 \pm 0,010$	0,100	$0,801 \pm 0,013$

Tabuľka 2

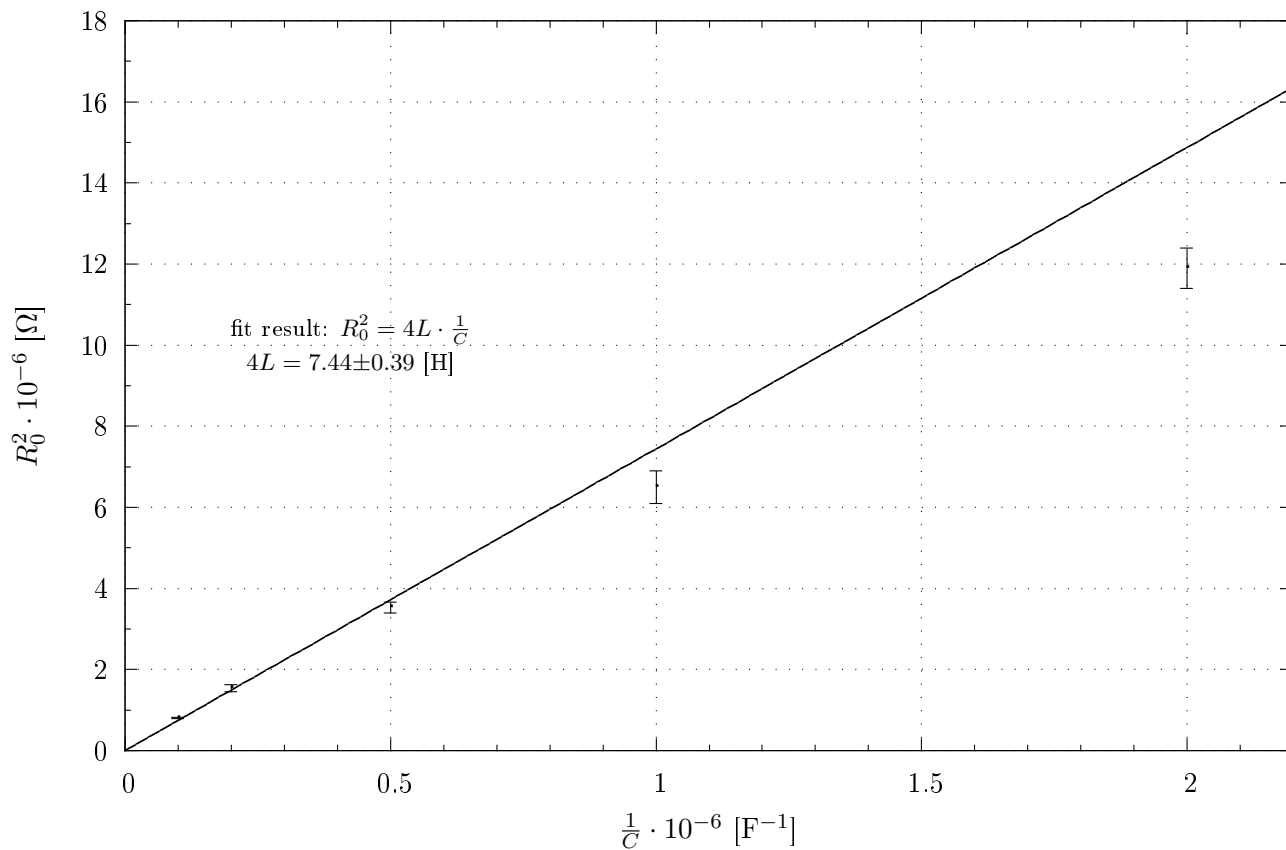
$C [\mu\text{F}]$	$\frac{1}{\tau} [\text{s}^{-1}]$	$\tau [\text{s}]$
1	99,99	0,01000
3	33,04	0,03027
5	20,09	0,04978
10	10,06	0,09940

Tabuľka 4

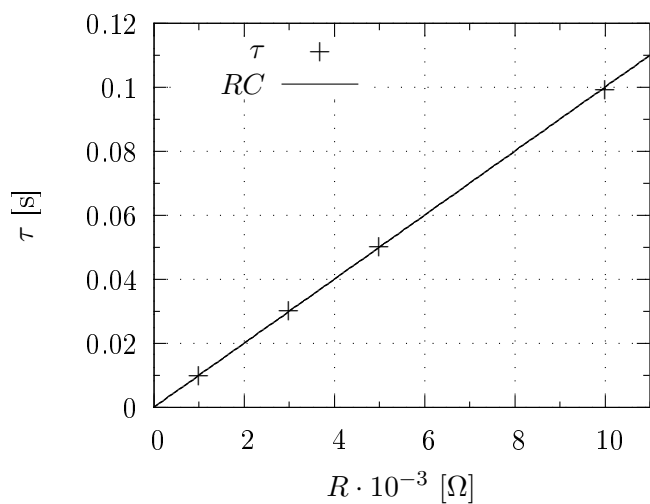
Graf 1: Závislosť periódy na kapacite



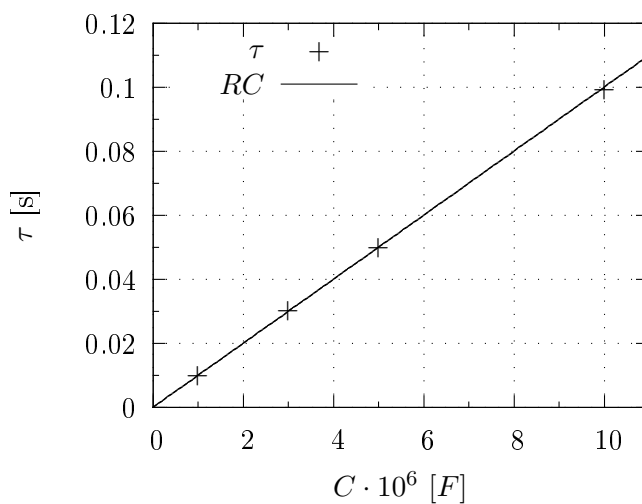
Graf 2: Závislosť aperiodizačného odporu na kapacite



Graf 3: Časová konštanta RC pri $C = 10 \mu\text{F}$



Graf 4: Časová konštanta RC pri $R = 10 \text{ k}\Omega$



Z grafu 1:

$$L = \frac{1}{0,55 \pm 0,04} = (1,81 \pm 0,13) \text{ H}$$

Z grafu 2:

$$L = \frac{7,44 \pm 0,39}{4} = (1,86 \pm 0,10) \text{ H}$$

Priemer:

$$L = \frac{(1,81 \pm 0,13) + (1,86 \pm 0,10)}{2} = (1,84 \pm 0,08) \text{ H}$$

Diskusia

Chyby merania v úlohe 1 som odhadol podľa presnosti odčítania na monitore a opakovateľnosti a v úlohe 2 podľa rozsahu aperiodizačného odporu, pri ktorom sa kmit javil ako aperiodický. Väčšia a ťažko odhadnuteľná je však chyba spojená s nelinearitou indukčnosti cievky (železné jadro - hysteréza), ktorá sa prejavuje v zmenou periódy pri poklese amplitúdy (zistil som pri tu neuvedenom orientačnom meraní). To je pravdepodobne aj príčinou odklonu od linearitu v grafoch 1 a 2. Vo výsledkoch je zarátaná len štatistická chyba (z fitovania), lebo systematická chyba spojená s odčítaním bola oveľa menšia. Lepšie výsledky by bolo zrejme možné dosiahnuť nameraním viac hodnôt a pri menšom prúde. Výsledky úlohy 3 plne súhlasia s teóriou.

Hodnota indukčnosti cievky nameraná mojím vlastným meracím prístrojom (UT70A, chyba do 1%) bola 1,47 H, čo sa odlišuje od vypočítaných hodnôt (ktoré sú navzájom v dobrej zhode), ale neviem posúdiť či kvôli chybe prístroja alebo sa pri oboch meraniach (úloha 1 a 2) prejavila neznáma systematická chyba spojená napríklad s hysterézou železného jadra.

Záver

Hodnota indukčnosti cievky bola $(1,84 \pm 0,08) \text{ H}$. Správanie RC obvodu plne súhlasilo s teóriou.

Literatúra

[1] R. Bakule, J. Šternberk: Fyzikální praktikum II. SPN, Praha 1989