

Úloha

1. Zmerajte priemery 6 drôtov na pracovnej doske.
2. Zmerajte odpor 6 drôtov Wheatstonovým a Thomsonovým mostíkom Metra-MTW. Vysvetlite rozdiely vo výsledkoch merania.
3. Zmerajte odpory v štvorbodovom zapojení pomocou mostíka KEITHLEY Model 2010.
4. Stanovte merný odpor jednotlivých vzoriek, stanovte príslušnú chybu výsledkov. Stanovené hodnoty porovnajte s hodnotami uvedenými v tabuľkách.

Teória

Na presné meranie odporov v širokej škále sú vhodné mostíkové obvody, ktoré umožňujú vylúčiť chybu spojenú s vnútornými odpormi meracích prístrojov. Ak chceme merať veľmi malé odpory, musíme brať v úvahu odpor prírodných vodičov. Tento problém sa dá vyriešiť štvorbodovým zapojením (obr. 1), kde napätie sa sníma (v našom prípade mostíkom) medzi miestami, kde chcem stanoviť odpor.

Úlohou bolo zmerať merný odpor 6 drôtov. Ten sa vypočíta z nameraného odporu R_x , priemeru drôtu d a dĺžky l (medzi bodmi kde sa meralo napätie v štvorbodovom zapojení). Na meranie R_x som použil mostíky.

$$\rho = \frac{R_x S}{l} = \frac{R \pi d^2}{4l} \quad (1)$$

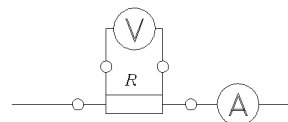
Jednoduchým typom mostíka je Wheatstonov mostík (obr. 2), ktorý ale nezohľadňuje odpor prírodných vodičov. V ňom sa pevne zvolí pomer $R_a : R_b$ (väčšinou v mocninách 10) a nastavuje sa odporová dekáda $R_{(W)}$ až kým sa nedosiahne nulový prúd galvanometrom. Neznámy odpor $R_{x(W)}$ potom vypočítam nasledovne:

$$R_{x(W)} = \frac{R_a}{R_b} \cdot R_{(W)} \quad (2)$$

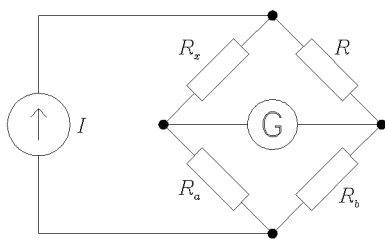
Thompsonov mostík (obr. 3) využíva štvorbodového zapojenia, a preto ním možno merať presne aj malé odpory bez chyby spojenej s odporom prírodných vodičov. Mostíkom tečie zanedbateľný prúd oproti prúdu tečúcemu odporovým štandardom R_N . V tomto zapojení sa použili rovnaké hodnoty pre paralelne zapojené odpory v mostíku, a teda neznámy odpor vypočítam (podľa [1]) nasledovne:

$$R_{x(T)} = R_N \cdot \frac{R_{(T)}}{R_p} \quad (3)$$

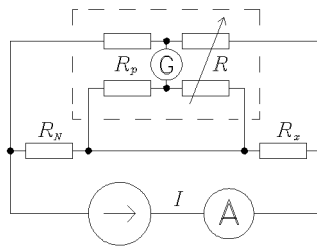
kde R_p je pevne nastavené a $R_{(T)}$ je odpor na odporovej dekáde.



Obr. 1: Štvorbodové zapojenie



Obr. 2: Wheatstonov mostík



Obr. 3: Thompsonov mostík

Nakoniec som meral odpor pomocou meracieho prístroja KEITHLEY Model 2010, ktorý tiež používa štvorbodové zapojenie.

Na stanovenie chyby výsledku som použil vzorec:

$$\sigma_{\varrho} = \varrho \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + 2 \cdot \frac{\sigma_{d(\text{stat})}^2 + \sigma_{d(\text{syst})}^2}{\bar{d}^2} + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2} \quad (4)$$

kde u priemeru drôtu som bral systematickú chybu (presnosť odčítania) aj štatistickú chybu ($\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum(d_i - \bar{d})^2}{n-1}}$), ktorá je spojená s nehomogenitou prierezu (preto σ_d , nie $\sigma_{\bar{d}}$).

Meranie

Na meranie priemeru drôtov som použil mikrometrické meradlo s presnosťou 0,01 mm, na meranie dĺžky pásové meradlo s presnosťou 1 mm. Namerané priemery sú v tabuľke 1, dĺžka bola pre všetky drôty rovnaká: $l = (0,898 \pm 0,001)$ m.

	chrómnikel	mosadz	železo	konštantán	meď	volfrám
d_1 [mm]	0,98	0,58	0,40	0,40	1,20	0,68
d_2 [mm]	0,98	0,57	0,39	0,39	1,13	0,68
d_3 [mm]	1,01	0,59	0,41	0,40	1,15	0,68
d_4 [mm]	0,99	0,58	0,40	0,40	1,11	0,70
d_5 [mm]	0,98	0,58	0,41	0,39	1,09	0,70
d_6 [mm]	0,99	0,60	0,40	0,40	1,11	0,69
\bar{d} [mm]	0,988	0,583	0,402	0,397	1,132	0,688
$\sigma_{d(\text{stat})}$ [mm]	0,012	0,010	0,008	0,005	0,039	0,010
$\sigma_{d(\text{syst})}$ [mm]	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01

Tabuľka 1: Priemery drôtov

Pri meraní Wheatstonovým mostíkom bol pomer $R_a : R_b$ vždy 1:1000 a prúd 0,15 A. Pri Thompsonovom mostíku bol $R_N = 0,1 \Omega$ (presne). Namerané hodnoty a vypočítané výsledky (podľa (2) a (3)) sú v tabuľke 2. V zátvorkách sú uvedené chyby v poslednom desatinnom mieste, ktoré som určil ako interval, v ktorom sa výchylka galvanometra pohybovala v rámci najnižšieho dielika.

kov	Wheatstone $I = 0,15 \text{ A}$		R_p [Ω]	Thompson $I = 0,3 \text{ A}$		$I = 0,8 \text{ A}$	
	$R_{(T)}$ [Ω]	$R_{x(T)}$ [m Ω]		$R_{(T)}$ [Ω]	$R_{x(T)}$ [m Ω]	$R_{(T)}$ [Ω]	$R_{x(T)}$ [m Ω]
chrómnikel	1198,8(3)	1198,8(3)	100	1179,3(5)	1179,3(5)	2224,0(15)	222,40(15)
mosadz	242,7(2)	242,7(2)	1000	2218(2)	221,8(2)		
železo	1500,0(10)	1500,0(10)	100	1490,0(10)	1490,0(10)		
konštantán	3726,5(10)	3726,5(10)	100	3612,0(10)	3612,0(10)	164,5(3)	16,45(3)
meď	39,0(1)	39,0(1)	1000	166,7(5)	16,67(5)		
volfrám	163,1(1)	163,1(1)	1000	1382(3)	138,2(3)	1387,5(10)	138,75(10)

Tabuľka 2: Meranie Wheatstonovým a Thompsonovým mostíkom

V tabuľke 3 sú hodnoty namerané meracím prístrojom KEITHLEY. Zmeral som všetky drôty a potom som meranie ešte dvakrát opakoval. Zapojením ampérmetra do prúdovej vetvy po nameraní hodnôt som zistil, že merací prúd je zhruba 10 mA. Tieto hodnoty som použil na výpočet merných odporov podľa vzorca (1) (chybu som počítal podľa (4)).

	chrómnikel	mosadz	železo	konštantán	meď	volfrám
$R_{x(1)} \text{ [m}\Omega\text{]}$	1178,20	221,48	1478,9	3616,4	16,44	137,75
$R_{x(2)} \text{ [m}\Omega\text{]}$	1178,31	221,53	1479,4	3616,0	16,50	137,70
$R_{x(3)} \text{ [m}\Omega\text{]}$	1178,25	221,44	1478,6	3615,9	16,58	138,00
\bar{R}	1178,25	221,48	1479,0	3616,1	16,51	137,82
$\sigma_{\bar{R}}$	0,03	0,03	0,2	0,2	0,04	0,09
$\varrho \text{ [}\mu\Omega\cdot\text{m}\text{]}$	1,007	0,0659	0,209	0,498	0,0185	0,0571
$\sigma_{\varrho} \text{ [}\mu\Omega\cdot\text{m}\text{]}$	0,016	0,0016	0,007	0,014	0,0007	0,0012

Tabuľka 3: Meranie prístrojom KEITHLEY a merné odpory

Diskusia

Z porovnania dát z Wheatsonovho a Thompsonovho mostíka sa ukazuje, že prírodné vodiče mali odpor asi 20 m Ω . Ukázalo sa, že veľkosť prúdu ovplyvňuje výsledok merania Thompsonovým mostíkom (kvôli ohrevu drôtov), výsledky sú teda zafaržené systematickou chybou. Preto som na výpočet merného odporu použil hodnoty z meracieho prístroja KEITHLEY, u ktorého bol merací prúd podstatne nižší a jeho systematická chyba je pravdepodobne nižšia, vyššie sú fluktuácie, pre ktoré som nemohol spoľahlivo odčítať posledné desatinné miesto (v tabuľke teda nie je uvedené). Na chybu výsledku najviac vplývali odchýlky priemeru spôsobené nehomogenitou drôtov.

Namerané hodnoty sa s tabuľkovými (uvedené v závere, podľa [2]) celkom súhlasia, odchýlka u chrómniklu a mosadze zrejme súvisí s odlišným zložením, u volfrámu je odchýlka pravdepodobne súvisí s nechcenými prímiesami, ktoré sa mohli pri náročnom spracovaní do volfrámu dostať. Aj jednotlivé zdroje sa v tomto údaji líšia. Údaj pri železe je platný pre mäkkú oceľ, čisté železo sa bežne nepoužíva.

Záver

Hodnoty merného odporu pre predložené vzorky sú:

	chrómnikel	mosadz	železo	konštantán	meď	volfrám
$\varrho \cdot 10^8 \text{ [}\Omega\cdot\text{m}\text{]}$	100,7 \pm 1,6	6,59 \pm 0,16	20,9 \pm 0,7	49,8 \pm 1,4	1,85 \pm 0,07	5,71 \pm 0,12
$\varrho_{\text{tabuľ}} \cdot 10^8 \text{ [}\Omega\cdot\text{m}\text{]}$	110 (20% Cr)	8	10 až 20	50	1,8	5,3

Literatúra

- [1] R. Bakule, J. Šternberk: Fyzikální praktikum II. SPN, Praha 1989
- [2] J. Mikulčák a spol.: Matematické, fyzikálne a chemické tabuľky SPN, Bratislava 2002